

HET PROBLEEM VAN HET BIEDEN : STATISCHE BESLISSINGSMODELLEN EN WAARDE VAN DE INFORMATIE

F. RENTMEESTERS

*Katholieke Universiteit te Leuven - CORE
Nationaal Fonds voor Wetenschappelijk Onderzoek*

I. — Inleiding.

De concurrentie is een essentieel element van het bedrijfsleven. Het is echter niet altijd gemakkelijk de strikt concurrerende elementen te isoleren en hun invloed op het globale probleem te onderzoeken. Eén van de uitzonderingen is echter het concurrerend bieden. Het probleem stelt zich in de industriële markten, de bouwindustrie, de openbare verkopen en de publieke geldmarkten. De uitschrijver van een aanbesteding zal bij de toewijzing van het kontrakt onder meer rekening houden met de voorgestelde prijs, de technische capaciteiten van de bieder, de voorafgaande relaties tussen de uitschrijver en de bidders, de kwaliteit van vooraf gepresteerd werk en de stiptheid bij uitvoering. De bieder moet bij het bepalen van zijn bod hiermee rekening houden. Het bod van een bieder zal echter ook beïnvloed worden door het aantal concurrenten, de frekwentie van het bieden, de kommunikatie en informatie betreffende de aanbesteding en de kontraktvoorwaarden.

In dit artikel zullen we statische modellen analyseren. De aanbesteding is uniek en gelijkaardige toekomstige aanbestedingen worden dus niet verwacht. De inschrijvingen gebeuren onder gesloten omslag en de laagste bieder krijgt het kontrakt toegewezen. De bidders mogen niet samenwerken en onderlinge afspraken zijn verboden.

In de praktijk gebruikt men dikwijls « cost-plus pricing ». Door zulke eenvoudige prijzenstrategie wil men ofwel elk mogelijk verlies voorkomen, ofwel, indien alle mededingers deze methode toepassen, de stabiliteit van de industrieprijzen behouden. De bepaling van een optimaal bod met behulp

van de technieken van het operationeel onderzoek kan onder meer gebeuren door toepassing van de speltheorie en de beslissingsanalyse. De spel-theoretische modellen voldoen in de praktijk niet omdat de evenwichtspunten een minimum winst geven. De hoofdreden hiervoor is dat elke deelnemer aan het spel de motivaties van zijn tegenstanders als een integraal deel beschouwt van zijn eigen analyse.

Bij het bepalen van een optimaal bod kan de bidder onder meer rekening houden met volgende doelstellingen :

- het verwachte nut maximaal maken;
- de verwachte winst maximaal maken;
- het marktaandeel behouden of vergroten;
- de stabiliteit van de industrieprijzen verzekeren;
- de produktiekapaciteit zoveel mogelijk benutten.

In bijna alle gepubliceerde modellen wordt verondersteld dat de bidders hun verwachte winst optimaliseren. Over het algemeen is de nutskromme van de bidders echter geen rechte. Daarom is het beter eerst een algemeen model op te stellen waarin elke bidder zijn verwachte nut maximaal maakt. In zulk model zullen we ook veronderstellen dat de kosten stochastisch zijn. Ook Friedman [3] en Howard [7] hebben getracht met stochastische kosten rekening te houden. Maar door het gebruik van een lineaire nutsfunctie spelen in hun model alleen de verwachte kosten een rol. Indien het laagste bod van zijn konkurrenten kleiner is dan zijn bovenste geschatte kostengrens, dan zal het bod van bidder K echter afhankelijk zijn van de verdelingsfunctie van zijn kosten. De modellen van Friedman en Howard kunnen trouwens gemakkelijk bekomen worden uit het onderstaande algemeen model.

We bepalen ook een numerische waarde voor de eliminatie van de onzekerheid betreffende de kosten van bidder H of van het laagste mededingende bod. Hieruit zal blijken dat de gezamenlijke vermindering van de onzekerheid van meerdere (zelfs onafhankelijke) factoren een waarde kan hebben welke verschilt van de som der waarden overeenkomend met de onzekerheidsvermindering van elke faktor afzonderlijk. De bepaling van zulke numerische waarden is de eerste stap bij het ontwerpen van een informatiesysteem waardoor de onzekerheid kan verminderd worden. Alleen wanneer we de waarde van de informatie kennen, kunnen we de ons beschikbare middelen voor eksperimenten optimaal verdelen.

In het vervolg stellen we een stochastische veranderlijke voor door een hoofdletter. De waarde x die de toevallige veranderlijke X aanneemt als een

bepaalde gebeurtenis voorkomt, schrijven we als $X = x$. Verder gebruiken we nog volgende functies :

$f(.)$: de dichtheidsfunctie

$F(.)$: de verdelingsfunctie

$Q(.) = 1 - F(.)$: de komplementaire verdelingsfunctie.

Het gemiddelde van de stochastische veranderlijke X schrijven we als $\langle X \rangle$ en het gemiddelde van een toevallige veranderlijke X gegeven $Y = y$ als $\langle X | Y = y \rangle$.

II. — Bepaling van het optimale bod.

1. Algemeen probleem.

Een bidder H moet een prijs bepalen voor een aanbesteding. Het bod wordt ingezonden onder gesloten omslag en de laagste bidder krijgt het kontrakt toegewezen. De bidder heeft een onbekend aantal mededingers M . De bidder is onzeker betreffende zijn eigen totale kosten K , zijn verlieskosten C en het bod B_i van iedere mededinger i .

We maken nu de volgende veronderstellingen :

V1 : B_i is een continue stochastische veranderlijke

V2 : alle verdelingsfuncties zijn differentieerbaar

V3 : er vormen zich geen koalities

V4 : de nutsfunctie $u(.)$ is differentieerbaar, monotoon stijgend en $u(0) = 0$.

De eerste veronderstelling heeft tot gevolg dat we geen rekening moeten houden met het bestaande monetair systeem. De veronderstellingen V1 en V2 hebben tot gevolg dat we de differentiaal- en integraalrekening kunnen toepassen in plaats van de differentierekening. Bovendien is ook de kans dat twee bidders met eenzelfde bod inschrijven nul. De konkurrentieveronderstelling verhindert elke mogelijke vorm van samenwerking.

Stellen we de gemeenschappelijke verdelingsfunctie van de kosten K van bidder H en het kleinste mededingende bod L voor door $F_{L,K}(k, l)$, dan is het verwachte nut van bidder H als hij met een bod b inschrijft :

$$\text{II.1} \quad \langle u(W(b)) \rangle = \int_k \int_l \langle u(W(b)) | K = k, L = l \rangle dF_{L,K}(k, l)$$

De bidder H krijgt het kontrakt toegewezen wanneer zijn bod b kleiner is dan het laagste bod van zijn mededingers. Indien H de prijsvraag wint,

dan is zijn winst gelijk aan het verschil tussen zijn bod b en zijn werkelijke uitvoeringskosten k . Wint er echter één van zijn concurrenten, dan betekent dit voor bidder H een verliespost, onder meer omdat hij dan moet rekening houden met de inschrijvingskosten, met de analysekosten, met het verlies aan goodwill en met de niet benutte bedrijfskapaciteit. Bijgevolg vinden we :

$$\langle u(W(b)) | K = k, L = l \rangle = \begin{cases} u(b - k) & \text{indien } b < l \\ u(-c) & \text{indien } b > l \end{cases}$$

Stellen we de voorwaardelijke verdelingsfunctie van het kleinste mededingende bod L gegeven de kosten $K = k$ voor door $F_{L|K}(l)$, dan kan het verwachte nut van bidder H ook geschreven worden als :

$$\text{II.2} \quad \langle u(W(b)) \rangle$$

$$= \int_k dF_K(k) [u(-c) F_{L|K}(b) + u(b - k) (1 - F_{L|K}(b))]$$

Hierin is $Q_{L|K}(b) = 1 - F_{L|K}(b)$ de kans dat bidder H de prijsvraag wint als hij zijn kosten k kent. Indien er geen gegevens zijn van vroegere gelijkaardige prijsvragen, dan moeten we deze kans subjectief bepalen. Indien er wel voldoende gegevens zijn, dan kunnen we eventueel met behulp van een histogram deze kans op een meer objectieve manier bepalen.

Het kleinste mededingende bod wordt ongetwijfeld beïnvloed door het aantal en de identiteit van de concurrenten en deze factoren zijn op hun beurt afhankelijk van de grootte van de uitvoeringskosten. Indien de variatiebreedte $[\underline{k}_H, \bar{k}_H]$ van de kosten echter niet te groot is, dan is het mogelijk dat de kans om te winnen met een bod b voor alle kosten $k_H \in [\underline{k}_H, \bar{k}_H]$ ongeveer gelijk is. Veronderstellen we dat :

$$F_{L|K}(l) = F_L(l) \quad \text{voor alle } k \in [\underline{k}_H, \bar{k}_H]$$

Dan kunnen we II.2 ook nog schrijven als :

$$\langle u(W(b)) \rangle = u(-c) + (1 - F_L(b)) \left[\int_k u(b - k) dF_K(k) - u(-c) \right]$$

Het aantal concurrenten M is gewoonlijk vooraf niet gekend, maar dit aantal wordt vooral beïnvloed door de uitvoeringskosten, de verlangde kwaliteit, het soort werk (bijvoorbeeld in de bouwnijverheid) en de economische toestand. De kans dat bidder H de prijsvraag wint met een bod b kan ook geschreven worden als :

$$Q_L(b) = 1 - F_L(b) = P \{B_1 \geq b, B_2 \geq b, \dots, B_M \geq b\}$$

Veronderstel nu dat bidder H voor elke mogelijke groep van concurrenten i ($i = 1, \dots, n$), de kans p_i kan bepalen dat zulke groep zal bieden bij de prijsvraag. Indien we het aantal concurrenten in de groep i voorstellen door m_i , dan kunnen we de kans dat bidder H de prijsvraag wint ook nog schrijven als :

$$Q_L(b) = \sum_i p_i P \{B_1 \geq b, \dots, B_{m_i} \geq b\}$$

Voor elke mogelijke groep concurrenten moet bidder H de kans $P \{B_1 \geq b, \dots, B_{m_i} \geq b\}$ bepalen. Met behulp van de gegevens van alle voorgaande prijsvragen waarvoor de groep i heeft ingeschreven, kan bidder H een dichtheidsfunctie $f_i(v)$ opstellen van de verhouding van het winnende bod tot zijn eigen kostenschatting. Deze schatting zal dikwijls gelijk gesteld worden aan de verwachte waarde van zijn kosten. Indien s de kostenschatting is voor de nieuwe prijsvraag, dan is de kans om te winnen :

$$\text{II.3} \quad P \{B_1 \geq b, \dots, B_{m_i} \geq b\} = \int_{b/s}^{\infty} f_i(v) dv, \quad i = 1, \dots, n$$

Friedman [3] en Gates [4] gebruiken een andere methode om deze kans te berekenen. Met behulp van de gegevens van voorgaande prijsvragen bepalen zij eerst de dichtheidsfunctie $g_j(v)$ van de verhouding van het bod van bidder j tot de kostenschatting van bidder H voor die prijsvraag. De kans dat bidder H met kostenschatting s een prijsvraag zou winnen, waarvoor hij alleen bidder j als concurrent heeft, is dan :

$$\text{II.4} \quad P_j \{B_j \geq b\} = \int_{b/s}^{\infty} g_j(v) dv$$

De inschrijvingen B_j voor een bepaalde prijsvraag zijn ongetwijfeld statistisch afhankelijk. Friedman veronderstelt echter dat deze afhankelijkheid alleen te wijten is aan de grootte van de uitvoeringskosten. De verhoudingen $V_j = B_j/s$ beschouwt hij daarom als onafhankelijke stochastische veranderlijken. De kans waarmee bidder H de prijsvraag wint wanneer hij de bedrijven van groep i als concurrenten heeft, is dan :

$$P \{B_1 \geq b, \dots, B_{m_i} \geq b\} = P_1 P_2 \dots P_{m_i}$$

Gates [4] vond echter dat deze methode in de bouwnijverheid een veel te kleine kans gaf. In zijn model maakt hij geen veronderstellingen betreffende de onafhankelijkheid van de verhoudingen V_j , maar uitgaande van

het feit, dat indien bidder j de prijsvraag wint, de anderen de prijsvraag verliezen, stelt hij volgende formule op :

$$\text{II.5} \quad P \{B_1 \geq b, \dots, B_{m_i} \geq b\} = \frac{1}{1 + \frac{1 - P_1}{P_1} + \dots + \frac{1 - P_{m_i}}{P_{m_i}}}$$

Men kan echter ook veronderstellen dat het bod van elke konkurrent beïnvloed wordt door de karakteristieken van de prijsvraag. In de bouw-nijverheid zullen gewoonlijk vele factoren een rol spelen. Vermelden we onder meer : de totale kosten en de straffkosten, het gedeelte van het werk dat uitbesteed wordt, de geschatte duur van de uitvoering, het seizoen waarin het werk moet uitgevoerd worden, het bouwtype, de ruimtelijke ligging en de mogelijke konkurrenten. Indien men het laagste mededingende bod hiervan afhankelijk maakt, dan kan men trachten een regressiemodel op te stellen waarin rekening wordt gehouden met de informatie die we op dat ogenblik bezitten. Door zulk model te gebruiken bij een volgende prijsvraag kunnen we dan de kans om deze wedstrijd te winnen gemakkelijk uitrekenen. Hierbij moeten we echter opmerken dat indien we alleen steunen op gegevens van vroegere prijsvragen, we helemaal geen rekening houden met de dynamische factoren in de reële wereld. De technologie kan immers veranderen, en de konkurrenten kunnen sterker worden. Het is bijgevolg duidelijk dat het bepalen van de kans waarmee de prijsvraag gewonnen wordt één van de moeilijkste problemen is in deze analyse. De hierboven vermelde werkwijzen kunnen echter dikwijls met succes toegepast worden. Indien er geen gegevens beschikbaar zijn moet men deze kans echter subjektief bepalen.

Indien de bidder zijn verwachte nut kan uitrekenen voor elk mogelijk bod en indien hij dit verwacht nut wil maximaal maken, dan moet zijn optimaal bod voldoen aan volgende vergelijking :

$$\left. \frac{d}{db} \langle u(W(b)) \rangle \right|_{b=b^*} = 0$$

Deze vergelijking moet over het algemeen numerisch opgelost worden.

2. De nuts-kromme van de beslissingsnemer H is een rechte en er zijn geen verlieskosten.

De bidder H zal het kontrakt toegewezen krijgen indien zijn bod b kleiner is dan het laagste bod van zijn mededingers.

De winst w van bidder H is dus gelijk aan :

$$w = \begin{cases} b - k & \text{indien } b < l \\ 0 & \text{indien } b > l \end{cases}$$

De betrekking II.1 wordt nu :

$$\begin{aligned} \text{II.6} \quad \langle W(b) \rangle &= \int_k \int_l \langle W | b, K = k, L = l \rangle f_{L,K}(l, k) dl dk \\ &= \int_k (b - k) f_K(k) dk \int_{l=b}^{\infty} f_{L/K}(l) dl \end{aligned}$$

Het optimale bod $b^*(k, l)$ kan dan bepaald worden door oplossing van :

$$\left. \frac{d}{db} \langle W(b) \rangle \right|_{b^*=b} = 0$$

Indien het laagste mededingende bod L onafhankelijk is van de werkelijke kosten K en bijgevolg $F_{L,K} = F_L F_K$ en $Q_{L,K} = Q_L Q_K$, dan is de verwachte winst :

$$\text{II.7} \quad \langle W(b) \rangle = (b - \langle K \rangle) Q_L(b)$$

Het optimal bod b^* van bidder H wordt dan gevonden door volgende vergelijking op te lossen :

$$\text{II.8} \quad Q_L(b^*) - (b^* - \langle K \rangle) f_L(b^*) = 0$$

of, indien $f_L(b^*) > 0$:

$$\text{II.9} \quad \frac{Q_L(b^*)}{f_L(b^*)} = b^* - \langle K \rangle$$

Een tabel van de verhouding $Q/f = (1 - F)/f$ voor de normale verdeling vindt men in Pearson [11]. De functie $\phi_1(b^*) = b^* - \langle K \rangle$ is een monotoon stijgende functie. Indien $\phi_2(b^*) = Q_L(b^*)/f_L(b^*)$ een monotoon dalende functie is, dan heeft de vergelijking II.9 ten hoogste één oplossing.

Voorbeeld II.1.

De kosten K van bidder H en het laagste bod L van zijn mededingers zijn onafhankelijk en uniform verdeeld over het eenheidsinterval, zodat :

$$f_K(k) = 1 \text{ en } Q_K(k) = 1 - k \text{ voor } 0 \leq k \leq 1$$

$$f_L(l) = 1 \text{ en } Q_L(l) = 1 - l \text{ voor } 0 \leq l \leq 1$$

Het optimal bod is dan :

$$\text{II.10} \quad 1 - b^* = b^* - \frac{1}{2}$$

$$\text{of} \quad b^* = \frac{3}{4}$$

De maksimum verwachte winst voor bidder H kan gevonden worden met II.7 :

$$\text{II.11} \quad \langle W(\frac{3}{4}) \rangle = (\frac{3}{4} - \frac{1}{2}) \frac{1}{4} = \frac{1}{16}$$

Voorbeeld II.2.

De koper maakt vooraf bekend dat het maksimum bod niet groter mag zijn dan A . Zijn kosten K en het laagste mededingende bod L zijn onafhankelijk. Bidder H veronderstelt dat de gamma-verdeling een goede benadering is voor de verdeling van zijn kosten K :

$$f_K(k|r) = \frac{e^{-k} k^{r-1}}{(r-1)!} \quad \begin{matrix} k \geq 0 \\ r > 0 \end{matrix}$$

Voor de verdeling van het laagste bod L zijn van mededingers vindt bidder H volgende complementaire verdelingsfunctie :

$$Q_L(l) = 1 \text{ voor } l \leq 0$$

$$Q_L(l) = \left(\frac{A-l}{A}\right)^{\frac{a}{1-a}} \text{ voor } 0 \leq l \leq A \text{ en } a \in (0, 1)$$

$$Q_L(l) = 0 \text{ voor } A > l$$

De dichtheidsfunctie is dan :

$$f_L(l) = 0 \text{ voor } l \leq 0 \text{ en } l > A$$

$$f_L(l) = \frac{a}{(1-a)(A-l)} \left(\frac{A-l}{A}\right)^{\frac{a}{1-a}} \text{ voor } 0 \leq l \leq A$$

Het optimale bod is dan gelijk aan :

$$\text{II.2} \quad b^* = ar + A(1-a) \text{ voor } r \leq A$$

De maximaal verwachte winst is :

$$\text{II.13} \quad \langle W(ar + A(1-a)) \rangle = (1-a)(A-r) \left(\frac{a(A-r)}{A} \right)^{\frac{1}{1-a}} \\ \text{voor } 0 < r \leq A.$$

III. — Waarde van de informatie.

In de praktijk zal een beslissingsnemer ook rekening houden met de kansverdeling van de winst. Deze kansverdeling geeft een goed idee van het risico dat de bieder neemt (fig. III.1). Inderdaad, als gevolg van de

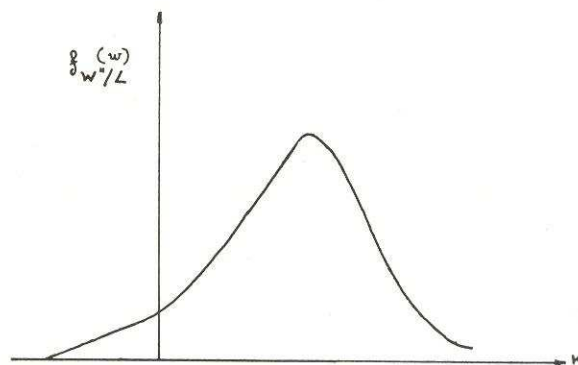


Fig. III.1. — Dichtheidsfunctie van de winst, indien bieder H een optimaal bod b^* inzendt wanneer hij het laagste bod l van zijn mededingers kent, maar onzekerheid heeft betreffende zijn kosten K .

onzekerheid betreffende de eigen kosten K en het laagste bod L van zijn mededingers kan een optimaal bod b^* toch nog een ongewenst resultaat geven. Enerzijds is het mogelijk dat de bieder de aanbesteding niet krijgt toegewezen en indien hij toch wint is het mogelijk dat het kontrakt een verliespost blijkt te zijn. Daarom zal bieder H ongetwijfeld graag betalen voor volledige informatie. De vraag die hij zich dan onmiddellijk stelt, is het maximum bedrag dat hij hieraan mag besteden.

Indien bieder H met zekerheid zijn eigen kosten K kent, dan is zijn verwachte winst :

$$\text{III.1} \quad \langle W(b) | K = k \rangle = (b - k) Q_{L/K}(b)$$

Voor twee verschillende kosten van bidder H hebben we de verwachte winst grafisch voorgesteld in figuur III.2.

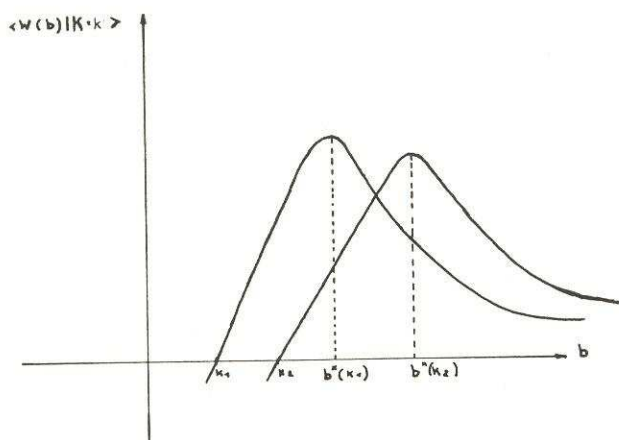


Fig. III.2. — Verwachte winst van bidder H als functie van een bod b voor twee verschillende kosten k_1 en k_2 .

Hetgeen de bidder wil betalen voor volledige informatie betreffende zijn kosten zal natuurlijk afhankelijk zijn van hetgeen hij van deze informatie verwacht. Hiervoor kan hij echter alleen maar gebruik maken van de kennis die hij bezit vóór het verwerven van de volledige informatie. En die kennis is vervat in zijn *a priori* subjektieve verdeling van deze kosten. De vooraf verwachte winst van een optimaal bod b_K^* dat zou ingezonden worden nadat bidder H zijn kosten K kent is dan :

$$\text{III.2} \quad \langle W(b_K^*) \rangle = \langle \max_b [(b - K) Q_{L/K}(b)] \rangle$$

Vermits de verwachte waarde van het maximum groter is dan of gelijk aan het maximum van de verwachte waarde [14] mogen we schrijven :

$$\langle W(b_K^*) \rangle \geq \langle W(b^*) \rangle = \max_b [\langle b - K \rangle Q_{L/K}(b)]$$

Indien bidder H zijn kosten nauwkeurig kent, zal zijn bod immers nooit kleiner zijn dan zijn kosten. Bijgevolg zal zijn verwachte winst ook groter zijn dan in geval hij de kosten niet kent. We veronderstellen hier ook dat zijn mededingers onwetend zijn van het feit dat bidder H volledige informatie inwint betreffende zijn kosten ofwel, indien ze er toch van op de hoogte zijn, dat hierdoor hun gedrag niet gewijzigd wordt.

De waarde van de volledige informatie betreffende de kosten K is voor bidder H gelijk aan :

$$WVI(K) = \langle W(b_K^*) \rangle - \langle W(b^*) \rangle \geq 0$$

Dit bedrag is een bovenste grens voor het budget van elk informatie-systeem waardoor bijkomende informatie kan verkregen worden. Doch zelfs een zeer grondige analyse kan in de praktijk niet resulteren in de nauwkeurige kennis van de kosten en daarom zal het toegelaten budget gewoonlijk veel kleiner genomen worden dan de waarde $WVI(K)$.

Door een statistische analyse van resultaten van vroegere gelijkaardige aanbestedingen kan bidder H ook informatie inwinnen betreffende het laagste bod van zijn mededingers. Indien H volledige informatie kan krijgen betreffende L , maar niet betreffende K , dan is de vooraf verwachte winst van een optimaal bod b_L^* dat zou ingezonden worden indien bidder H het laagste bod van zijn mededingers kent :

$$III.3 \quad \langle W(b_L^*) \rangle = \int_l \max [0, \int_k (l - k) f_{K/L}(k) dk] f_L(l) dl$$

Inderdaad, indien bidder H het laagste bod kent, dan kan hij het kontrakt winnen door een bod dat net iets lager is. Indien zijn verwachte winst van zulke strategie echter negatief is, dan zal hij natuurlijk verkiezen van niet te bieden. Bijgevolg is de optimale strategie voor bidder H :

$$\text{indien} \quad \int_k (l - k) f_{K/L}(k) dk > 0$$

dan moet hij een bod l inzenden (feitelijk een bod dat iets kleiner is dan l);

$$\text{indien} \quad \int_k (l - k) f_{K/L}(k) dk < 0$$

dan zal hij geen bod inzenden (ofwel een bod $b > l$).

Indien L en K onafhankelijk zijn, dan kan III.3 herleid worden tot :

$$III.4 \quad \langle W(b_L^*) \rangle = \langle \max [0, L - \langle K \rangle] \rangle$$

Deze laatste betrekking kan ook nog geschreven worden met behulp van de rechtse verlies-integraal $I_L^{(r)}(\cdot)$ (zie Raïffa en Schlaifer [12], p. 97) :

$$III.5 \quad \langle W(b_L^*) \rangle = I_L^{(r)}(\langle K \rangle)$$

De waarde van de volledige informatie betreffende het laagste bod L van zijn mededingers is dan :

$$WVI(L) = \langle W(b_{L,K}^*) \rangle - \langle W(b^*) \rangle$$

Indien bidder H volledige informatie kan inwinnen betreffende beide stochastische veranderlijken K en L , dan zal hij niet bieden indien zijn kosten groter zijn dan het laagste bod van zijn mededingers en indien $l > k$ zal bidder H een bod inzenden dat iets kleiner is dan l . Zijn vooraf verwachte winst van een optimaal bod is dan :

$$III.6 \quad \langle W(b_{L,K}^*) \rangle = \int_l \int_k \max(0, l - k) f_{K,L}(k, l) \, dl \, dk$$

En de waarde van volledige informatie betreffende zijn kosten en het laagste mededingende bod is :

$$WVI(K, L) = \langle W(b_{L,K}^*) \rangle - \langle W(b^*) \rangle$$

Voorbeeld III.1.

De kosten K van bidder H en het laagste bod L van zijn mededingers zijn onafhankelijk en uniform verdeeld over het eenheidsinterval (zie voorbeeld II.1) :

$$f_{K/L}(k) = f_K(k) = 1 \text{ en } Q_{K/L}(k) = Q_K(k) = 1 - k \\ \text{voor } 0 \leq k \leq 1$$

$$f_{L/K}(l) = f_L(l) = 1 \text{ en } Q_{L/K}(l) = Q_L(l) = 1 - l \\ \text{voor } 0 \leq l \leq 1$$

Het optimale bod, zonder inwinnen van volledige informatie is : $b^* = 3/4$; en de verwachte winst voor bidder H is : $\langle W(3/4) \rangle = 1/16$. Indien bidder H zijn kosten kent, dan vinden we de $WVI(K)$ als volgt :

$$(b - K) Q_{L/K}(b) = (b - K) (1 - b)$$

$$\frac{d}{db} [(b - K) (1 - b)] = 1 + K - 2b = 0, \quad b = \frac{1 + K}{2}$$

$$\max_b [(b - K) Q_{L/K}(b)] = 1/4 (1 - K)^2$$

$$\langle W(b_K^*) \rangle = 1/4 \int_0^1 (1 - k)^2 \, dk = 1/12$$

$$WVI(K) = 1/12 - 1/16 = 1/48$$

De waarde van volledige informatie betreffende het laagste bod van zijn mededingers kan als volgt berekend worden :

$$\max [0, l - \langle K \rangle] = \begin{cases} l - 1/2 & \text{indien } l > 1/2 \\ 0 & \text{indien } l < 1/2 \end{cases}$$

$$\langle W(b_L^*) \rangle = \int_{1/2}^1 (l - 1/2) dl = 1/8$$

$$WVI(K) = 1/8 - 1/16 = 1/16$$

De $WVI(L)$ is driemaal zo groot als de $WVI(K)$ en nochtans zijn beide stochastische veranderlijken identiek verdeeld. Bieder H kan echter de informatie betreffende het laagste bod van de mededingers veel effectiever gebruiken dan deze betreffende de eigen kosten. Inderdaad, indien bieder H dit laagste bod l kent, dan zal zijn eigen bod l iets kleiner zijn dan l en benut hij optimaal de mogelijkheden die hij heeft. Dit is misschien één van de verklaringen voor het bestaan van de beruchte industriële spionage. Hij kan echter toch nog geld verliezen wegens de onzekerheid betreffende zijn kosten. Enerzijds zou hij eventueel een winst kunnen maken wanneer hij verkozen heeft niet te bieden omdat zijn verwachte kosten te hoog zijn, en anderzijds kan hij geld verliezen omdat zijn werkelijke kosten toch nog groter zijn dan zijn bod l waarmee het kontrakt hem werd toegewezen. De waarde van volledige informatie betreffende zowel zijn eigen kosten als het laagste bod van zijn mededingers zal bieder H een idee geven van dit mogelijke verlies. Toepassing van III.6 geeft :

$$\max (0, l - k) = \begin{cases} l - k & \text{indien } l > k \\ 0 & \text{indien } l < k \end{cases}$$

$$\langle W(b_{K,L}^*) \rangle = \int_0^1 dk \int_{l=k}^1 (l - k) dl = 1/6$$

$$WVI(K, L) = 1/6 - 1/16 = 5/48$$

We zien dus dat :

$$WVI(K, L) > WVI(L) > WVI(K)$$

Inderdaad, in het geval van volledige informatie betreffende de eigen kosten en het laagste bod van zijn mededingers kan bieder H nooit geld verliezen, terwijl hij dat in de twee vorige gevallen wel kan. Bovendien vinden we ook dat :

$$WVI(K, L) > WVI(L) + WVI(K)$$

IV. — Besluit.

Al de modellen die in dit artikel voorkomen zijn statische modellen toepasselijk in het geval van een enkelvoudige aanbesteding. Indien dezelfde situatie herhaaldelijk voorkomt moeten de deelnemers ook rekening houden met de gevolgen van hun inschrijvingen op de toekomstige gedragingen van hun mededingers.

Wanneer de onzekerheid betreffende de kosten klein is, zodat de solvabiliteit van de onderneming niet in het gedrang komt, zal een lineaire nutskromme voor vele beslissingsnemers aanvaardbaar zijn. Zoniet moeten we rekening houden met het feit dat de meeste ondernemers een afkeer voor risico's hebben.

De bruikbaarheid van de bovenstaande beslissingsmodellen is beperkt omdat één belangrijk element verwaarloosd werd, namelijk de interesse van de mededingers voor het gedrag van bidder H. Indien één van de mededingers weet dat bidder H één van de bovenstaande modellen gebruikt en hiermee rekening houdt bij het bepalen van zijn eigen bod, dan is het bod bepaald door bidder H niet noodzakelijk optimaal. In elk geval moet bidder H het feit dat hij gebruik maakt van een beslissingsmodel geheim houden, zoniet geeft hij zijn mededingers de mogelijkheid hem uit te buiten. De methode heeft dus zekere nadelen, maar een oplossing kan altijd bepaald worden. Een alternatief is het gebruik van spel-theoretische modellen. In zulke modellen moeten we echter veronderstellingen maken betreffende het gedrag van de concurrenten. Dit blijkt in de praktijk niet gemakkelijk te zijn. Theoretisch geeft de speltheorie dus een aantrekkelijk model, maar een oplossing is altijd afgeleid van een « indien X, dan Y » stelling. Een beslissingsnemer is echter niet altijd geïnteresseerd in de beste oplossing omdat het model toch dikwijls reeds een simplistische voorstelling is van de werkelijke situatie. De analytische methode die de beslissingsnemer toepast moet hem echter toelaten een dieper inzicht in het probleem te krijgen, zodat een praktische oplossing gemakkelijker en efficiënter kan genomen worden.

De informatiewaarde hier uiteengezet is toepasselijk op vele andere domeinen. Bovendien is het ook mogelijk op een analoge manier een numerische waarde te bepalen voor onvolledige informatie.

REFERENTIES

- [1] CHRISTENSON, C., *Strategic Aspects of Competitive Bidding for Corporate Securities*, Graduate School of Business Administration, Harvard Univ., Boston, 1965.
- [2] EDELMAN, F., « Art and Science of Competitive Bidding », *Harvard Business Review*, Vol. 43 (1965), 53-66.
- [3] FRIEDMAN, L., « A Competitive Bidding Strategy », *Operations Research*, Vol. 4 (1956), 104-112.
- [4] GATES, M., « Bidding Strategies and Probabilities », *Journal of the Construction Division ASCE*, Vol. 93 (1967), 75-107.
- [5] GRIESMER, J.H., LEVITAN, R.E., en SHUBIK, M., « Towards a Study of Bidding Processes, Part IV : Unknown Competitive Costs », *Naval Research Logistics Quarterly*, Vol. 14 (1967), 415-433.
- [6] HANSSMANN, F. en RIVETT, B.H.P., « Competitive Bidding », *Operational Research Quarterly*, Vol. 10 (1959), 49-55.
- [7] HOWARD, R.A., « Information Value Theory », *IEEE Transactions on Systems Science and Cybernetics*, Vol. SSC-2 (1966), 22-26.
- [8] HOWARD, R.A., « Value of Information Lotteries », *IEEE Transactions on System Science and Cybernetics*, Vol. SSC-3 (1967), 54-60.
- [9] LAVALLE, I.H., « A Bayesian Approach to an Individual Player's Choice of Bid in Competitive Sealed Auctions », *Management Science*, Vol. 13 (1967), 584-597.
- [10] LAVALLE, I.H., « On Cash Equivalents and Information Evaluation in Decisions under Uncertainty : Parts I, II and III », *Journal of the American Statistical Association*, Vol. 63, 321, 252-291.
- [11] PEARSON, K., *Tables for Statisticians and Biometricians II*, Cambridge University Press, 1931.
- [12] RAIFFA, H. en SCHLAIFER, R., « *Applied Statistical Decision Theory* », Harvard University Press, 1961.
- [13] ROTHKOPF, M.H., « A Model of Rational Competitive Bidding », *Management Science*, Vol. 15 (1969), 362-373.
- [14] RUDIN, W., *Real and Complex Analysis*, McGraw Hill, 1966, 60-62.
- [15] SIMMONDS, K., « Competitive Bidding : Deciding the best combination of non-price features », *Operations Research Quarterly*, 19 (1968), 1, 5-15.
- [16] VICKREY, W., « Counterspeculation, Auctions, and Competitive Sealed Tenders », *Journal of Finance*, Vol. 16 (1961), 8-37.
- [17] WILSON, R., « Competitive Bidding with Asymmetric Information », *Management Science*, Vol. 13 (1967), 816-220.
- [18] WILSON, R., « Competitive Bidding with Disparate Information », *Management Science*, Vol. 15 (1969), 446-448.