

ORDONNANCEMENT DE LA PRODUCTION (PRODUCTION SCHEDULING)

Marc ROUBENS

Faculté Polytechnique de Mons
Département de Mathématiques et
Techniques Opérationnelles

L'ordonnement de la production s'intègre dans un ensemble plus vaste de problèmes de gestion courante d'une entreprise : la planification de la production, des stocks et de la main-d'oeuvre.

En effet, le fonctionnement d'un atelier mobilise une quantité de main-d'oeuvre que l'on souhaite relativement stable dans le temps, nécessite en amont un stock de matière première, crée en son sein des stocks d'en cours et en aval un stock de produit oeuvré.

Traditionnellement, la gestion de la production se traite à trois niveaux interactifs : la planification à long terme (long range planning), à moyen terme (aggregate planning) et à court terme (production scheduling).

Dans les pages qui suivent, nous présentons succinctement les modèles mathématiques dont dispose le gestionnaire pour traiter la planification à moyen terme, nous traitons de manière plus détaillée l'ordonnement et nous abordons enfin l'aspect informatique de la gestion d'un atelier.

1. La planification à moyen terme (Aggregate planning)

Incontestablement, un des premiers résultats fondamentaux de la science de gestion consiste en la règle LDR (linear decision rule) de MODIGLIANI et SIMON [15].

L'objectif de ces deux chercheurs est de définir une stratégie mixte sur la quantité produite, le niveau de la main-d'oeuvre et celle des stocks. Les variations de la demande (pour laquelle on dispose d'un modèle de prévision) sont partiellement absorbées par les stocks, les heures supplémentaires ou improductives et par les fluctuations de l'emploi.

L'outil mathématique de base est la programmation (programmation non linéaire [8], programmation dynamique [29], contrôle optimal [16]).

Cette approche de la planification ignore les contraintes liées à l'ordonnement de la production (considéré comme un sous-modèle) et certains auteurs ont montré l'intérêt d'une intégration d'un modèle d'ordonnement et d'un modèle de planification [14]. Des résultats partiels sont présentés par GELDERS [11].

2. Les problèmes d'ordonnancement de la production

Nous distinguons trois moyens de production :

- la *chaîne de montage* (line) fabriquant un seul produit (ou quelques produits similaires) à un rythme bien défini (cadence de production). Une chaîne d'assemblage dans l'industrie automobile en est un exemple type.
- la *ligne de production* (flow-shop) sur laquelle sont élaborés plusieurs produits présentant la même gamme opératoire. Une telle ligne est caractéristique d'une fabrication linéaire (train de laminage d'une aciérie, onduleuse d'une cartonnerie, ligne de mise en bouteilles, ...)
- l'*atelier* (job-shop) qui réalise une fabrication divergente (atelier de construction mécanique). Chaque produit présente sa gamme opératoire propre définie par le bureau des méthodes et sa nomenclature élaborée par le bureau des études.

Ces trois moyens de production se retrouvent dans la plupart des entreprises de transformation.

La chaîne de montage n'est pas en prise directe sur la demande. La tâche essentielle du responsable du planning est l'*équilibrage de la chaîne* (line balancing). Compte tenu d'une cadence de production définie préalablement, des temps nécessaires pour effectuer les opérations, des contraintes inter-opérations, des contraintes techniques et de qualification, le problème se résume à définir le nombre et la qualification des équipes à affecter à la chaîne. Dans certains cas, une structure rigide chaîne-équipe conduit à définir la meilleure cadence de production.

Certaines entreprises de transformation se consacrent à l'élaboration de *séries non répétitives*, d'autres travaillent principalement à l'exécution de *grandes séries*. Les premières réalisent un carnet de commande, les secondes ont pour tâche essentielle de réapprovisionner les stocks.

Le type d'exécution (stock ou carnet de commande), la nature des moyens de production (ligne ou atelier), la durée variable d'exécution des tâches qui conduit inévitablement à la création de stocks d'en cours au pied des machines, permettent de définir les préoccupations du responsable du planning.

Les entreprises réalisant un carnet de commandes se caractérisent par une capacité de production limitée et par un programme de fabrication qui

porte soit

- sur un catalogue très étendu de produits. Les commandes sont des assemblages uniques ou des petits lots comportant un grand nombre de pièces à fabriquer. Chaque pièce présente son programme opératoire (type atelier); soit
- sur un catalogue restreint. Les commandes présentent la même gamme opératoire mais se distinguent par les dimensions, la couleur, le poids, la qualité, ... (type ligne).

Le responsable du planning doit répondre aux questions suivantes : quand réaliser la commande ? avec quel équipement ? comment contrôler et commander la matière première ?

La réponse à ces questions résulte d'un dialogue avec les responsables des trois fonctions principales de l'entreprise qui conduit à pondérer des objectifs contradictoires (analyse multicritères) :

- respecter les délais (critère commercial)
- saturer les équipements (critère technique)
- réduire la charge des en cours (critère financier).

Généralement la commande reçoit un ordre de priorité, est placée dans une file d'attente et reçoit à court terme une désignation "poste de travail". Le stock de matière première est surveillé et réapprovisionné en fonction de la prévision de la demande.

Les entreprises travaillant à l'approvisionnement de stocks de produits semi-finis et finis se caractérisent par

- des lignes de production standardisées, chaque ligne correspondant à un type de produit,
- un programme de fabrication qui porte sur une gamme très étendue de produits différenciés par la taille, la couleur, l'emballage, le conditionnement, ...
- une demande aléatoire évaluée par un modèle de prévision,
- une capacité de production limitée. Le potentiel de production ne peut être modifié instantanément pour répondre à une pointe de la demande.

Le responsable du planning doit répondre aux questions suivantes :

- quelle est la prévision de la demande ?
- quand et que produire ? sur quelle ligne ? en quelle quantité ?

- quand commander la matière première ? en quelle quantité ?
- quelle quantité des produits semi-finis stocker ?

Généralement l'état du stock des produits est surveillé et comparé à la prévision de la demande; un état critique conduit à une proposition de lancement d'une série économique définie par un modèle de stock à point de commande.

3. Les modèles

Il existe une volonté endémique du chercheur opérationnel de trouver de nouvelles solutions au problème de l'ordonnement séquentiel (sequencing theory). Pour s'en convaincre, il suffit de parcourir l'article de DAY et HOTTENSTEIN [7] qui ne comporte pas moins de 170 références (liste clôturée en 1969).

Nous présentons les diverses voies d'approche du problème de l'ordonnement séquentiel - solutions mathématiques, règles heuristiques, simulations - en les commentant et nous traitons ensuite le problème de l'équilibrage d'une chaîne (line balancing) qui a reçu des solutions satisfaisantes pour le praticien.

3.1. Ordonnement d'un atelier ou d'une ligne

La difficulté du traitement mathématique du problème d'ordonnement d'un atelier (job-shop scheduling) ou d'une ligne (flow-shop scheduling) se situe à trois niveaux :

- le problème présente un caractère hautement combinatoire,
 - la demande est aléatoire ou est enregistrée de manière séquentielle (révision régulière du carnet de commande),
 - le choix d'un critère de performance n'est pas évident.
- Doit-on optimiser des durées de séjour, saturer les équipements, faire intervenir le coût des en cours ou des commandes retardataires ?

On distingue dans la littérature deux grands courants, à savoir :

- *l'approche statique* (static sequencing). Le carnet de commande est gelé et son contenu est réparti dans le parc. Le caractère combinatoire du problème conduit tout naturellement à des solutions théoriques par la programmation mathématique (programmation booléenne [28], programmation dynamique [13]) et plus particulièrement par une procédure d'énumération impli-

cite (méthode branch-and-bound [2]). Dans tous les cas, un critère de performance unique est considéré.

l'approche dynamique (dynamic sequencing). Le carnet de commande est considéré comme une file d'attente (job file). La théorie des files d'attente peut être appliquée (voir [7]) sans toutefois offrir des solutions convaincantes sur le plan pratique.

3.1.1. Dans l'approche statique, la modélisation suivante est la plus souvent retenue. On considère un atelier dont les produits ($P_1, \dots, P_i, \dots, P_I$) subissent un traitement sur les différentes machines d'un parc ($M_1, \dots, M_j, \dots, M_J$) selon un ordre propre à chaque produit. Pour chaque produit P_i on définit :

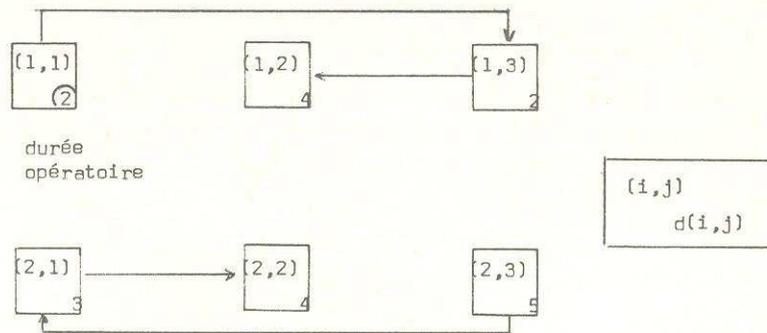
- la suite des opérations $(i, j_1), \dots (i, j_i), \dots (i, j_j)$ appelée *gamme opératoire* et résumée dans une matrice $G : (i, j_i)$ (machine ordering matrix),
- la durée de chaque opération $d(i, j)$. La matrice des *durées opératoires* est notée D (processing time matrix).

A titre d'exemple, considérons 2 produits et 3 machines.

$$\begin{array}{l}
 \text{G : Produit} \\
 \begin{array}{c}
 \text{Position} \\
 \begin{array}{ccc}
 1 & 2 & 3 \\
 \hline
 1 & (1,1) & (1,3) & (1,2) \\
 2 & (2,3) & (2,1) & (2,2)
 \end{array}
 \end{array}
 \end{array}$$

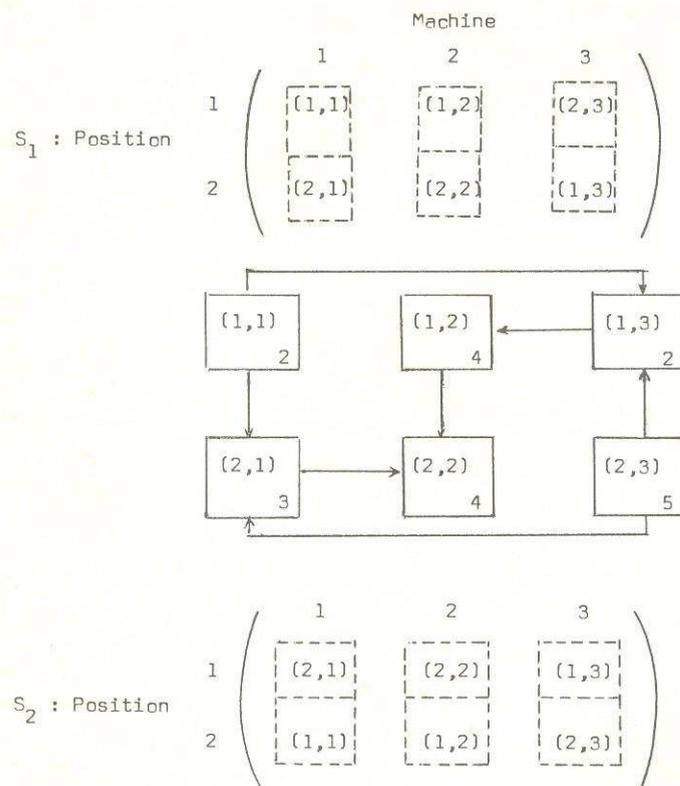
$$\begin{array}{l}
 \text{D : Produit} \\
 \begin{array}{ccc}
 1 & 1 & 2 & 3 \\
 1 & 2 & 4 & 2 \\
 2 & 3 & 4 & 5
 \end{array}
 \end{array}$$

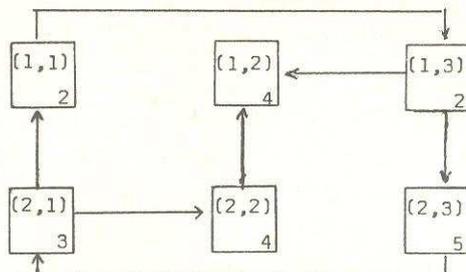
On peut rassembler cette information dans un graphe MPM (de type potentiel)



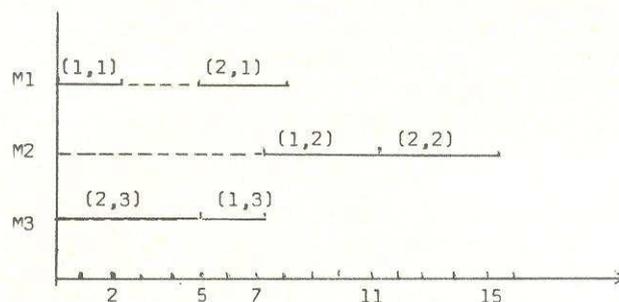
Ordonner la production d'un atelier revient ici à définir pour chaque machine la *séquence de passage* des opérations à exécuter. Ces séquences sont résumées dans la matrice $S : (i, j)$ (sequencing matrix).

Voici deux matrices-séquence correspondant à l'exemple et les graphes associés.





On voit immédiatement que la séquence S_1 est admissible et que la séquence S_2 ne l'est pas (il y a un cycle). Une condition nécessaire et suffisante d'admissibilité a été obtenue par AKERS et FRIEDMAN [1]. A toute séquence admissible correspond un diagramme d'exécution (planning GANTT).



Parmi les séquences admissibles, on recherche la séquence "optimale" compte tenu d'un critère de performance.

On trouvera une typologie complète des critères dans ASHOUR [2], GERE [12], HELLOR [21], ELMAGHRABY [10] et une excellente revue des méthodes dans DAY et HOTTENSTEIN [7].

Dans le cas d'une ligne de fabrication, l'aspect combinatoire du problème est allégé par l'existence d'une gamme opératoire identique pour tous les produits. Nous nous contenterons d'indiquer deux références à des problèmes dont la formulation s'écarte de celle présentée plus haut.

RIFF [26] a étudié l'ordonnement de la production d'un atelier de construction mécanique dont les machines se présentent en séries parallèles.

La solution présentée permet de fournir, dans un intervalle de temps donné, un certain nombre de pièces en minimisant les stocks d'en cours.

BERGER [3] a déterminé la séquence des produits à soutirer sur une ligne de mise en bouteilles en tenant compte de la demande, du stock en les différents produits, de bouteilles en vidange ainsi que des temps morts occasionnés par le passage d'un produit à l'autre (changeover).

3.1.2. Dans l'approche dynamique, nous retiendrons essentiellement l'étude de nombreuses règles heuristiques de dispatching à l'aide de modèles de simulation.

On considère l'atelier ou la ligne comme un système d'attente complexe dont le comportement est simulé sur ordinateur. Chaque fois qu'un produit se présente devant une machine, il reçoit un ordre de priorité et s'intègre dans une file d'attente. Lorsque la machine est libérée, la tâche la plus prioritaire de la file reçoit un début d'exécution.

Certains langages sont particulièrement adaptés à la simulation de l'exécution des tâches d'un atelier ou d'une ligne. Citons pour mémoire, les langages GPSS [18] et SIMSCRIPT [20].

De nombreuses règles de dispatching ont été testées et comparées, notamment par CONWAY [6] et GERE [12].

La règle SOT (shortest operation time rule) se dégage des autres. Selon cette règle, une opération (i,j) reçoit devant la machine M_j la priorité

$$\pi(i,j) = C/d(i,j), \quad C \text{ constante.}$$

CONWAY a comparé cette règle à 38 autres et a constaté que celle-ci minimise le temps de séjour moyen dans un système tout en maximisant la variance du temps de séjour. On explique aisément ce dernier résultat par le fait que des opérations exceptionnellement longues, constamment rejetées en fin de la file, ne reçoivent pas d'exécution. Cet inconvénient peut être atténué par la constitution de deux ou plusieurs classes ou par une simple troncature.

La règle DD (earliest due date rule) peut être appliquée avec succès lorsque le respect des délais de fabrication est impératif. Cette règle associe à l'opération (i,j) une priorité

$$\pi(i,j) = C/D(i)$$

où C est une constante et D(i) le délai de livraison du produit P(i).

La règle LOT (longest operation time rule) basée sur la priorité

$$\pi(i,j) = d(i,j)$$

est intuitivement adoptée par de nombreux responsables de planning manuel [6].

Une liste exhaustive des règles de priorité peut être trouvée dans [7]. Ces règles sont largement exploitées dans les programmes de gestion d'atelier conçus par les constructeurs d'ordinateur (par exemple, job floor control [17], [24]). On leur associe des possibilités de *fractionnement* et de *chevauchement* des opérations.

Signalons enfin un travail intéressant de PROTH [25] qui a construit une maquette d'une ligne de production dont le schéma trouve son origine dans l'industrie sidérurgique. Cette maquette permet de simuler des règles de priorité basées notamment sur le poids de la matière élaborée au cours des différents stades de fabrication. Un résumé des résultats obtenus se trouve dans [19].

3.2. Equilibrage d'une chaîne de production

On souhaite réaliser sur une chaîne de montage (assembling line) un certain nombre d'opérations T(1), ..., T(i), ..., T(I) représentant la gamme opératoire d'un assemblage. Chaque opération T(i) est définie par une durée opératoire d(i). Pour réaliser ces opérations, on dispose de postes de travail E(1), ..., E(j), ..., E(J).

Equilibrer la chaîne revient à affecter un certain nombre de postes de travail aux opérations sachant que la production horaire doit être égale à la *cadence* CP (unité : assemblages/heure) et que, par conséquent, un poste de travail ne peut recevoir une *charge* supérieure à la durée du *cycle* C (C=1/CP, unité : heure). Il faut en outre satisfaire diverses contraintes :

- *contraintes d'ordre de montage*. Il existe des relations d'antériorité (contraintes de potentiel) entre les opérations. Ces relations peuvent être résumées dans un graphe MPM ou à l'aide du dictionnaire des suivants {T(i)},
- *contraintes de position* (à gauche ou à droite de la chaîne, ...), d'emplacemement (ne pas s'écarter d'une installation fixe, ...), de qualification,

d'incompatibilité (travail propre ou sale, ...),

Ces dernières contraintes peuvent être résumées en des *contraintes de zone de travail* : certaines opérations appartiennent à une ou plusieurs zones et un poste de travail est affecté à une seule zone compatible avec ses caractéristiques.

On peut résumer les données du problème comme suit :

- liste des opérations $\{T(i)\}$, $i=1, \dots, I$
- pour chaque opération $T(i)$ $\left\{ \begin{array}{l} \text{durée opératoire : } d(i) \\ \text{suyvants : } \Gamma(i) \\ \text{zones d'affectation : } Z(i)=\{z(k_1), \dots, z(k_j)\} \end{array} \right.$
- liste des postes $\{E(j)\}$, $j=1, \dots, J$
- pour chaque poste $E(j)$, les zones d'affectation $Z(j)=\{z(k_1), \dots, z(k_j)\}$

Le problème se ramène à minimiser le nombre (N) de postes à affecter en respectant les contraintes de charge, d'ordre de montage et de zone. En réalisant cet objectif, on maximise le rendement global de la chaîne

$$R = \sum_{i=1}^I d(i)/NC$$

Une solution heuristique élégante a été proposée par ELMAGHRABY [9]. On calcule les poids $p(i)$ associés à chaque opération $T(i)$ et définis par

$$p(i) = \sum_{k \in \Gamma(i)} d(k)$$

où $\hat{\Gamma}(i) = \{i \cup \Gamma(i) \cup \Gamma^2(i) \dots\}$: fermeture transitive de $\Gamma(i)$.

On crée une liste d'appel des opérations basée sur un classement par poids décroissants : $p(i_1) \geq p(i_2) \geq \dots \geq p(i_1)$

On affecte les postes aux opérations comme suit :

- (1) affecter l'opération $T(i_1)$ au premier poste $E(j_1)$ compatible avec $T(i_1)$, c'est-à-dire tel que $Z(i_1) \cap Z(j_1) \neq \emptyset$.
- (2) calculer $C-d(i_1)$ et supprimer $T(i_1)$ de la liste d'appel.
 $Z(j_1) \equiv Z(j_1) \cap Z(i_1)$.
- (3) affecter $T(i_2)$ à $E(j_1)$ si $\left\{ \begin{array}{l} \Gamma^{-1}(i_2) \text{ est affecté} \\ C-d(i_1) - d(i_2) \geq 0 \end{array} \right.$
sinon considérer $T(i_3)$, ...

- (4) reconsidérer la première opération de la liste d'appel et itérer la procédure jusqu'à ce que toutes les opérations soient affectées.

Une application de cette méthode à des chaînes de montage des usines RENAULT et PEUGEOT se trouve dans [4].

D'autres méthodes faisant appel à la programmation dynamique [13] ou à d'autres techniques de la recherche opérationnelle se trouvent dans l'ouvrage de ZIMMERMAN et SOVEREIGN [30].

4. Bibliographie

- [1] AKERS, S.B., FRIEDMAN, J., A Non-Numerical Approach to Production Scheduling Problems, *Operations Research*, vol.13 n°4 (1965) pp.429-442.
- [2] ASHOUR, S., *Sequencing Theory*, Springer-Verlag (1972).
- [3] BERGER, P., *Ordonancement de la production. Application à une chaîne de mise en bouteilles*, Travail de fin d'études non publié. Faculté Polytechnique de Mons (1971).
- [4] BERRY, M., Organisation des chaînes de montage dans l'industrie automobile (programme CATENA). *Annales des Mines*, février 1970, pp.1-16.
- [5] BUFFA, E.S. (Ed), *Readings in Production and Operations Management*, Wiley (1966).
- [6] CONWAY, R., MAXWELL, W., MILLER, L.W., *Theory of Scheduling*, Addison-Wesley (1967).
- [7] DAY, J.E., HOTTENSTEIN, M.P., Review of Sequencing Research, *Naval Research Logistics Quarterly*, Vol.17, n°1 (1970) pp.11-40.
- [8] DE BRUYN, C., *Méthodes quantitatives de gestion*, Notes de cours publiées à l'Université de Liège (1970).
- [9] ELMAGHRABY, S.E., *The Design of Production Systems*, Reinhold (1966).
- [10] ELMAGHRABY, S.E., The Machine Sequencing Problem. Review and Extensions, *Naval Research Logistics Quarterly*, Vol.15 n°2 (1968) pp.205-232.
- [11] GELDERS, L., *Coordinating aggregate and detailed scheduling in a one machine job-shop*, Doctoral Thesis, Katholieke Universiteit te Leuven (1973).
- [12] GERE Jr., W.S., Heuristics in Job shop Scheduling, *Management Science*, vol.13 n°3 (1966) pp.167-190.
- [13] HELD, M., KARP, R.M., SHARSHIAN, R., Assembly line Balancing - Dynamic programming with Precedence Constraints, *Operations Research*, vol.11 n°3 (1963) pp.442-459.
- [14] HOLSTEIN, W.K., Production Planning and Control Integrated, *Harvard Business Review* (1968) pp.121-140.
- [15] HOLT, C.C., MODIGLIANI, F., MUTH, S.M., SIMPN, H.A., *Planning Production, Inventories and Work Forces*, Prentice Hall (1960).

- [16] HWANG C.-L., FAN L.T., ERICKSON, L.E., Optimum Production Planning by the Maximum Principle, *Management Science*, vol.13 n°9(1967) pp.751-755.
- [17] I.B.M., *Manuel de CAPOSS*, Capacity planning and Operation Sequencing System (1973).
- [18] I.B.M., *Manuel de GPSS*, General Purpose Systems Simulator (1966).
- [19] LEGRAS, J., PROTH, J.M., Recherches de règles d'ordonnement par expérimentation sur ordinateur, *Revue de l'AFCEP*, n°V-3 (1971), pp.65-76.
- [20] MARKOWITZ, H.M., HAUSNER, B., KARR, H., *Simscrip a Simulation Programming Language*, Prentice Hall (1963).
- [21] MELLOR, P., A review of Job Scheduling, *Operational Research Quarterly*, Vol.17 n°2 (1966) pp.161-171.
- [22] MOISE, P., Le planning des ateliers, *Revue Belge de Statistique et de R.O.* Vol.10 n°1 (1970) pp.33-44.
- [23] MUTH, J., THOMPSON, G.L., (Eds), *Industrial Scheduling*, Prentice Hall (1963).
- [24] N.C.R., *Manuel SFC*, Shop Floor Control (1973).
- [25] PROTH, J-M., *Recherche de règles d'ordonnement par traitement sur ordinateur*, Thèse de doctorat, Faculté des Sciences de Nancy (1971).
- [26] RIFF, S., Présentation et application d'un algorithme de calcul de planning d'un problème d'ordonnement de production, *Proceedings of the 5th International Conference on Operations Research*, Venice (1969).
- [27] SMITH, W.E., Various Optimizers for Single-Stage Production, *Naval Research Logistics Quarterly*, Vol.3 (1956) pp.59-66.
- [28] WAGNER, H.M., An Integer Linear - Programming Model for Machine Scheduling, *Naval Research Logistics Quarterly*, Vol.6 n°3 (1959) pp.131-140.
- [29] WAGNER, H.M., WITHIN, T.M., A dynamic version of the Economic Lot Size Model, *Management Science*, vol.5 n°1 (1958) pp.89-96.
- [30] ZIMMERMANN, H.J., SOVEREIGN, M.G., *Quantitative Models for Production Management*, Prentice Hall (1974).