

POUR UNE EXPLOITATION RATIONNELLE DES INDICES BIOCLIMATIQUES - DISTRIBUTIONS DE FREQUENCES CONJOINTES ET ELLIPSES DE CONCENTRATION (*)

par Franz BULTOT

Institut Royal Météorologique de Belgique

1. Introduction.

La comparaison des climats sous l'angle de l'effort qu'ils imposent à l'organisme humain a déjà fait l'objet de nombreuses recherches [cfr par exemple 5, 10, 11]. Certaines ont été effectuées avec un soin indéniable, et pourtant, la validité des conclusions auxquelles elles aboutissent est souvent contestée [8]. On sait que la température et l'humidité de l'air, le vent et la radiation sont les quatre facteurs climatiques qui influent sur l'équilibre thermique du corps. Des études en laboratoire ont permis de mettre au point des paramètres mesurant l'effort d'adaptation imposé à l'organisme ou indiquant le caractère plus ou moins accusé de la sensation d'inconfort pour une combinaison donnée de ces facteurs climatiques. Si ces paramètres sont fondés, il faut reconnaître, par contre, qu'ils n'ont jamais été exploités de manière rationnelle. La plupart des auteurs se sont bornés, en effet, à utiliser des moyennes mensuelles d'éléments climatiques établies à partir, soit de moyennes journalières, soit de moyennes diurnes et nocturnes, soit de valeurs à 6, 12 et 18 h. Or, l'organisme humain n'est pas soumis à un état climatique moyen mais intègre, au contraire, les effets variés dus à une gamme plus ou moins étendue de combinaisons instantanées des divers facteurs du climat. On sait que, aux basses latitudes, les valeurs horaires de la température et de l'humidité de l'air accusent une dispersion très grande autour de leurs moyennes journalières. Et nous verrons plus loin que même la courbe

(*) Ce travail a été réalisé au Bureau Climatologique de l'INEAC avec les subsides de l'Institut Belge pour l'Encouragement de la Recherche Scientifique Outre-Mer (IBERSOM). Nous remercions vivement Monsieur le Directeur de l'Institut Royal Météorologique qui a bien voulu nous autoriser à poursuivre cette recherche.

des moyennes mensuelles horaires des températures et humidités ne délimite qu'une aire insignifiante en regard de la surface de distribution des valeurs horaires conjointes de la température et de l'humidité de l'air réellement observées.

Nombre d'auteurs sont conscients du caractère peu significatif des résultats obtenus à partir de moyennes, mais, à notre connaissance, aucune recherche n'a été faite cependant pour tenir compte de la dispersion des variables climatiques. Tout au plus, certains auteurs ont-ils considéré les valeurs extrêmes. Pourquoi cette lacune ? Peut-être parce que les annuaires climatologiques ne publient généralement que des moyennes mensuelles ; peut-être aussi parce qu'il s'agit d'une question ressortissant davantage à la statistique. Et pourtant, le problème n'est pas compliqué. C'est ce que nous allons tenter de démontrer.

2. Indice bioclimatique de Lee.

Lee [7] a proposé d'évaluer l'effort d'adaptation thermique G imposé à l'organisme au moyen de la formule

$$G = 2,5 \left\{ \frac{M - W - [5,55 (34 - T)] / (I_a + I_c) - 0,00033 V (46 - e)}{(70 - e) / (r_a + r_c)} \right\}^2$$

où M désigne le taux de libération d'énergie (taux du métabolisme), W l'énergie dépensée par le travail extérieur, V le volume d'air respiré, I_a et I_c les résistivités de l'air ambiant et du vêtement au passage de la chaleur vers l'extérieur, r_a et r_c les résistivités de l'air ambiant et du vêtement au passage de la vapeur d'eau vers l'extérieur, T la température de l'air et e la pression de vapeur d'eau. Notons que le vent intervient dans cette formule par l'intermédiaire des paramètres I_a et r_a . Par contre, l'énergie de radiation a été écartée. Pour une valeur donnée du vent, G est donc une fonction des deux variables T et e . Ses valeurs en fonction de T et e peuvent être déduites d'un diagramme dressé par Lee pour des grandeurs de M , W , I_a , I_c , r_a , r_c et V valables pour un homme vêtu normalement et qui fournit un travail modéré dans un mouvement d'air modéré.

3. Distribution de fréquences conjointe de (T, e) à Bambesä.

A l'aide du paramètre G de Lee, nous allons tenter maintenant de caractériser le climat de Bambesä au Congo ($3^\circ 27'$ lat. N - $25^\circ 43'$ long. E - alt. 621 m), station située en bordure de la forêt équatoriale. Pour ce faire, recherchons les limites entre lesquelles sont comprises, dans 95 %

TABLEAU I

*Echantillon aléatoire de 100 valeurs horaires de la température
et de la tension de vapeur à Bambesa en 1955*

Jour	Heure	T(°C)	e(mb)	Jour	Heure	T(°C)	e(mb)	Jour	Heure	T(°C)	e(mb)
Janvier				Mai				Septembre			
3	9	24,6	22,6	6	2	20,1	22,8	6	16	24,1	25,4
6	17	29,1	18,0	11	11	27,7	24,5	22	23	19,9	22,9
7	20	22,9	25,0	15	9	24,7	25,2	30	15	26,1	23,8
17	14	19,8	23,1	19	8	25,3	26,6	30	22	20,7	24,1
19	20	23,6	25,4	20	11	26,0	26,2	Octobre			
22	2	21,0	23,6	30	14	30,2	27,3	7	1	20,2	23,6
23	8	21,4	24,1	Juin				8	6	17,4	19,7
24	16	24,1	21,8	3	17	27,2	27,5	10	12	27,2	25,2
31	2	18,0	20,4	3	23	21,0	24,6	15	1	19,5	22,4
Février				10	8	23,6	27,5	16	9	23,5	25,3
5	10	26,9	24,2	16	21	19,5	21,9	18	9	25,7	26,9
6	3	20,5	22,8	17	11	25,6	26,6	21	19	21,6	23,5
12	7	15,5	17,0	26	15	28,5	22,3	25	3	18,9	21,8
13	23	22,3	24,1	26	22	21,5	22,3	Novembre			
14	13	33,2	22,1	Juillet				1	17	19,4	22,2
15	16	34,8	16,1	3	4	20,7	24,2	2	1	17,9	20,0
24	15	32,0	25,8	3	5	20,7	23,7	7	2	18,0	19,7
24	18	20,7	23,1	5	21	19,2	21,8	8	9	25,5	25,8
25	6	19,7	22,1	5	22	18,5	20,6	9	24	17,7	19,8
28	8	24,2	25,3	9	13	26,6	25,0	18	10	26,2	26,8
28	23	22,0	24,3	13	12	27,8	27,6	19	2	18,0	20,1
Mars				17	18	24,6	23,7	23	3	19,6	22,8
7	17	24,7	26,9	18	2	19,5	22,2	26	19	23,6	24,6
13	9	25,8	25,0	18	17	19,5	22,3	Décembre			
19	2	21,9	23,9	20	9	23,1	24,0	5	11	28,9	21,1
26	24	19,7	22,9	23	3	16,8	19,1	10	4	15,6	17,2
28	9	21,3	23,4	28	6	19,5	21,8	10	5	14,9	16,7
29	15	31,7	17,1	Août				12	5	20,5	23,6
30	3	18,7	21,3	3	4	18,9	21,3	15	19	21,5	21,6
30	22	20,7	21,9	5	18	24,9	22,1	17	5	19,2	21,6
Avril				11	3	18,7	21,6	20	16	29,7	23,0
3	22	22,3	20,3	17	9	23,8	25,3	21	2	19,7	22,9
10	21	19,1	19,7	20	1	19,1	22,1	22	20	23,1	26,5
15	10	29,2	26,7	20	22	21,5	24,4	30	9	22,0	22,7
16	12	30,5	25,7	21	5	20,1	23,2	31	4	17,0	19,3
				22	12	25,7	26,2	31	18	24,5	25,5
				23	14	26,0	24,3				
				25	2	20,2	23,1				

des cas, les valeurs *horaires* simultanées de la température et de la pression de vapeur d'eau. La documentation de base est constituée par les 8760 valeurs horaires de ces deux éléments enregistrées en 1955. Notons que les observations d'une seule année sont manifestement suffisantes eu égard à la variabilité interannuelle négligeable de la température et de l'humidité de l'air au Congo. Comme il ne peut être question d'ajuster la fonction de fréquences conjointes de (T, e) sur les 8.760 valeurs observées, nous avons extrait de cette « population » un échantillon *aléatoire* de 100 termes. A cet effet, nous avons utilisé la table des nombres aléatoires de Hald [3] que nous avons fait correspondre aux 8.760 heures du cycle annuel. Les dates et heures ainsi tirées au hasard sont indiquées au tableau I. Celui-ci mentionne, de plus, les valeurs correspondantes de T et e exprimées en $^{\circ}\text{C}$ et en mb.

Lorsque la distribution de fréquences *ajustée* de deux variables aléatoires *combinées* est *normale*, il est aisé de déterminer les aires comprenant un taux fixé d'observations, 95 % par exemple. En effet, ces aires sont des *ellipses* que l'on peut construire facilement quand on connaît leurs axes.

4. Normalisation de la distribution de fréquences conjointe de (T, e) à Bambesa.

Pour qu'une distribution de fréquences conjointe de deux variables aléatoires soit normale, il faut que les distributions *marginales* de ces variables, c'est-à-dire les distributions de ces variables prises séparément, soient également normales.

La distribution de fréquences marginale de T (tabl. II, col. 2) n'est manifestement pas normale puisque ses coefficients de dissymétrie γ_1 et d'aplatissement γ_2 valent respectivement 0,64 et $-0,01$. Or, on sait que si la population dont provient l'échantillon est normale, il y a 95 chances sur 100 que γ_1 soit compris entre $0 \pm (2 \times 0,24)$ (0,24 étant l'écart-type de γ_1 pour un échantillon de 100 termes) et γ_2 entre 1,06 et $-0,73$ (la valeur moyenne de γ_2 valant $-0,06$). La première condition n'est donc pas vérifiée ici. Toutefois, la distribution de $T' = \log_{10} T$ est voisine de la loi normale. En effet, les points représentatifs des fréquences cumulatives de T , dans le diagramme logarithmique-probabiliste normal de la figure 1, sont distribués approximativement suivant une droite. La distribution de T' est consignée à la colonne 4 du tableau II. Son coefficient γ_1 vaut 0,22, valeur contenue dans l'intervalle $0 \pm (2 \times 0,24)$, tandis que γ_2 vaut $-0,51$, valeur comprise entre $-0,73$ et 1,06. D'autre part, 69 % des observations sont contenues dans l'intervalle $\overline{T'} \pm \sigma$, c'est-à-dire dans l'intervalle 1,34889

TABLEAU II

Distribution marginale de T , $\log_{10} T$, e , e^3 (Bambesa, 1955)

(1) T (°C)	(2) F_T	(3) $T' = \log_{10} T$	(4) $F_{T'}$	(5) e (mb)	(6) F_e	(7) $e' = e^3$ (mb ³)	(8) $F_{e'}$
14,0 - 14,9	1	1,14613 - 1,16507	0	16,0 - 16,9	2	41,0 × 10 ² - 55,8 × 10 ²	5
15,0 - 15,9	2	1,16508 - 1,18402	1	17,0 - 17,9	3	55,9 - 70,7	2
16,0 - 16,9	1	1,18403 - 1,20297	2	18,0 - 18,9	1	70,8 - 85,6	9
17,0 - 17,9	4	1,20298 - 1,22192	0	19,0 - 19,9	6	85,7 - 100,5	4
18,0 - 18,9	8	1,22193 - 1,24087	2	20,0 - 20,9	5	100,6 - 115,4	19
19,0 - 19,9	16	1,24088 - 1,25982	6	21,0 - 21,9	12	115,5 - 130,3	14
20,0 - 20,9	11	1,25983 - 1,27877	5	22,0 - 22,9	18	130,4 - 145,2	16
21,0 - 21,9	9	1,27878 - 1,29772	14	23,0 - 23,9	14	145,3 - 160,1	7
22,0 - 22,9	5	1,29773 - 1,31667	8	24,0 - 24,9	12	160,2 - 175,0	11
23,0 - 23,9	7	1,31668 - 1,33562	12	25,0 - 25,9	14	175,1 - 189,9	5
24,0 - 24,9	9	1,33563 - 1,35457	6	26,0 - 26,9	9	190,0 - 204,8	6
25,0 - 25,9	6	1,35458 - 1,37352	4	27,0 - 27,9	4	204,9 - 219,7	2
26,0 - 26,9	6	1,37353 - 1,39247	10				
27,0 - 27,9	4	1,39248 - 1,41142	8				
28,0 - 28,9	2	1,41143 - 1,43037	6				
29,0 - 29,9	3	1,43038 - 1,44932	5				
30,0 - 30,9	2	1,44933 - 1,46827	4				
31,0 - 31,9	1	1,46828 - 1,48722	3				
32,0 - 32,9	1	1,48723 - 1,50617	2				
33,0 - 33,9	1	1,50618 - 1,52512	1				
34,0 - 34,9	1	1,52513 - 1,54407	1				
	100		100		100		100
$\bar{T} = 22,7$ °C $\sigma_T = 4,13$ int. = 4,13 °C		$\bar{T}' = 1,34889 = \log 22,3$ °C $\sigma_{T'} = 4,02$ interv. = $4,02 \times 0,01895$		$\bar{e} = 23,2$ mb $\sigma_e = 2,53$ int. = 2,53 mb		$\bar{e}' = 23,4^3$ mb ³ $\sigma_{e'} = 2,65$ interv. = $2,65 \times 14,9 \cdot 10^2$ mb ³ = $39,485 \times 10^2$ mb ³	
$\gamma_1 = 0,64$ $\gamma_2 = -0,01$		$\gamma_1 = 0,22$ $\gamma_2 = -0,51$		$\gamma_1 = -0,49$ $\gamma_2 = -0,09$		$\gamma_1 = 0,01$ $\gamma_2 = -0,48$	

$\pm 0,07618$ et 95 % des observations dans l'intervalle $\bar{T}' \pm 2 \sigma$, c'est-à-dire dans l'intervalle $1,34889 \pm 0,15236$. De même, la distribution de fréquences marginale de e n'est pas normale puisque ses coefficients γ_1 et γ_2 valent respectivement $-0,49$ et $-0,09$ et que la valeur de γ_1 est donc

extérieure à l'intervalle de confiance à 0,95 mentionné plus haut. Toutefois, la distribution de $e' = e^3$ est voisine de la loi normale. Ainsi en témoigne le caractère rectiligne du graphique de la distribution des fréquences cumulatives de e représentée dans le système cubique-probabiliste normal de la figure 2. Son coefficient γ_1 vaut 0,01, valeur contenue dans l'intervalle $0 \pm (2 \times 0,24)$, tandis que γ_2 vaut $-0,48$, valeur comprise entre $-0,73$ et $1,06$. D'autre part, 66 % des observations sont contenues dans l'intervalle $\bar{e}' \pm \sigma$, c'est-à-dire dans l'intervalle $132 \times 10^2 \pm 39,5 \times 10^2$ et 95 % des observations dans l'intervalle $\bar{e}' \pm 2 \sigma$, c'est-à-dire dans l'intervalle $132 \times 10^2 \pm 79 \times 10^2$.

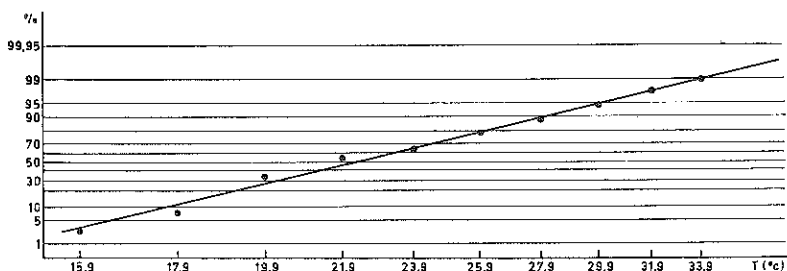


Fig. 1. — Diagramme logarithmique-probabiliste normal des fréquences cumulatives des températures horaires à Bambesa.

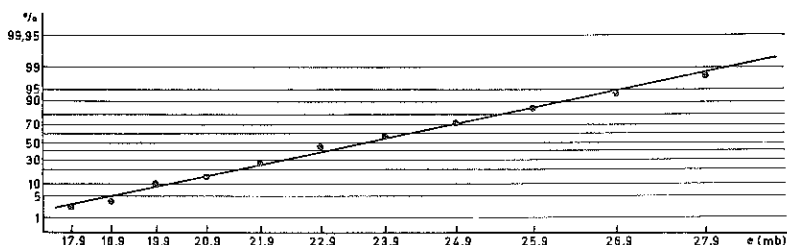


Fig. 2. — Diagramme cubique-probabiliste normal des fréquences cumulatives des pressions de vapeur d'eau horaires à Bambesa.

On ne peut donc obtenir une distribution de fréquences conjointe de la température et de l'humidité de l'air ayant le caractère normal que si l'on considère, non pas les variables aléatoires T et e , mais bien les variables aléatoires T' et e' (avec $T' = \log_{10} T$ et $e' = e^3$).

Du point de vue graphique, cela revient à adopter pour T une échelle logarithmique et pour e une échelle cubique (cfr. fig. 4).

Pour qu'une distribution de fréquences conjointe de deux variables aléatoires soit normale, il ne suffit pas que les distributions marginales de ces deux variables soient normales; il faut aussi que leurs distributions con-

ditionnelles respectives, c'est-à-dire les distributions de chacune des variables pour divers intervalles de variation de l'autre, soient normales. Les effectifs qui composent chacune des distributions conditionnelles sont, dans notre exemple, trop restreints pour qu'on puisse tester leur normalité. Aussi est-il préférable de procéder comme dans le cas de fréquences non groupées. Considérons donc *in globo* l'échantillon des 100 valeurs de (T', e') . Si la fonction de fréquences de (T', e') est normale, on peut écrire

$$p(T', e') = \frac{1}{2\pi\sigma_{T'}\sigma_{e'}\sqrt{1-\rho^2}} \exp \left\{ -\frac{1}{2(1-\rho^2)} \left[\left(\frac{T' - \bar{T}'}{\sigma_{T'}} \right)^2 - 2\rho \frac{T' - \bar{T}'}{\sigma_{T'}} \frac{e' - \bar{e}'}{\sigma_{e'}} + \left(\frac{e' - \bar{e}'}{\sigma_{e'}} \right)^2 \right] \right\} \quad (1)$$

où ρ désigne le coefficient de corrélation de T' et e' . On calculerait aisément que ce coefficient ρ vaut 0,529. Les valeurs des paramètres $\bar{T}'$, $\bar{e}'$, $\sigma_{T'}$ et $\sigma_{e'}$ sont indiquées au tableau II.

L'équation (1) est celle d'une surface gaussienne dont les intersections par des plans parallèles au plan (T', e') sont des ellipses appelées *ellipses de niveau* ou *ellipses de concentration*. La famille des ellipses de niveau a donc pour équation

$$\frac{1}{1-\rho^2} \left[\left(\frac{T' - \bar{T}'}{\sigma_{T'}} \right)^2 - 2\rho \frac{T' - \bar{T}'}{\sigma_{T'}} \frac{e' - \bar{e}'}{\sigma_{e'}} + \left(\frac{e' - \bar{e}'}{\sigma_{e'}} \right)^2 \right] = c^2 \quad (2)$$

où c est un paramètre indépendant de T' et e' mais fonction de p . Ces ellipses sont centrées au point $(\bar{T}', \bar{e}')$, c'est-à-dire au point $(\log 22,3, 23,4^3)$ et leurs axes font avec les axes de coordonnées T' et e' un angle α défini par [4]

$$\alpha = \frac{1}{2} \arctg \frac{2\rho\sigma_{T'}\sigma_{e'}}{\sigma_{T'}^2 - \sigma_{e'}^2} = \frac{1}{2} \arctg \frac{2 \times 0,529 \times 4,02 \times 2,65}{16,14 - 7,04} \\ = \frac{1}{2} \arctg 1,238 \cong 26^\circ.$$

On sait que si l'on effectue une rotation du système de coordonnées autour du point $(\bar{T}', \bar{e}')$ d'un angle égal à α , l'équation (2) se réduit, par rapport aux nouveaux axes u et v , dont l'origine est au point $(\bar{T}', \bar{e}')$, à

$$(u/\sigma_u)^2 + (v/\sigma_v)^2 = c^2 \quad (3)$$

Le premier membre est la somme des carrés de deux variables normales réduites et indépendantes; il est donc égal, par définition, au paramètre χ^2 avec deux degrés de liberté. On a donc

$$c^2 = \chi^2,$$

et, par suite,

$$\frac{1}{1-\rho^2} \left[\left(\frac{T' - \bar{T}'}{\sigma_{T'}} \right)^2 - 2\rho \frac{T' - \bar{T}'}{\sigma_{T'}} \frac{e' - \bar{e}'}{\sigma_{e'}} + \left(\frac{e' - \bar{e}'}{\sigma_{e'}} \right)^2 \right] = \chi^2 \quad (4)$$

En définitive, pour que la fonction de fréquences de (T', e') soit normale, c'est-à-dire pour que l'équation (1) soit valable, il faut que le premier membre de (4) soit distribué suivant une loi χ^2 . Or, on sait que la fonction de répartition de χ^2 pour deux degrés de liberté est donnée par

$$P(\chi^2) = 1 - \exp \{-1/2 \chi^2\}$$

ou encore par

$$\log_{10} [1 - P(\chi^2)] = -0,217 \chi^2 \quad (5)$$

Si l'on classe par ordre de grandeurs croissantes les 100 valeurs observées χ_1^2 du premier membre de (4), consignées au tableau III, les logarithmes décimaux des estimations de $1 - P(\chi_1^2)$, c'est-à-dire de $100 - i + 1/2$ doivent donc être alignés suivant une droite de coefficient angulaire $-0,217$ ainsi qu'il ressort de la relation (5). En fait, si l'on se réfère au graphique 3 où l'on a reproduit les valeurs de χ_5^2 , χ_{10}^2 , χ_{15}^2 , ..., χ_{95}^2 , on peut admettre que la condition (5) est vérifiée en première approximation. La fonction de fréquences $p(T', e')$ peut donc être considérée comme normale; autrement dit, l'équation (1) est fondée.

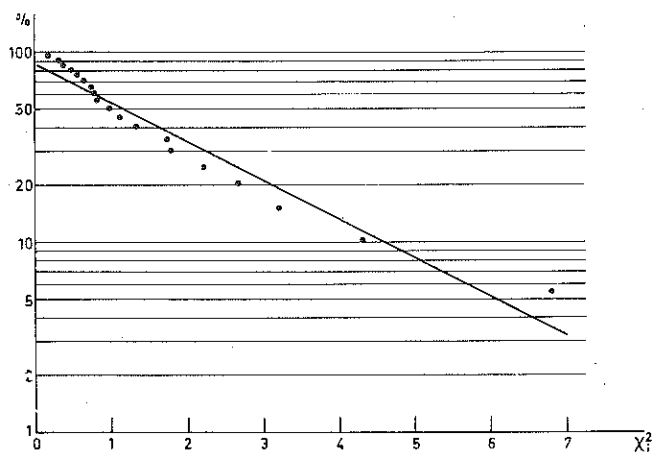


Fig. 3. — Diagramme logarithmique des estimations de $1 - P(\chi_1^2)$.

TABLEAU III

Valeurs observées de χ^2 classées par ordre de grandeurs croissantes
et estimations de $1 - P(\chi^2)$ où $P(\chi^2)$ est la probabilité cumulative de χ^2

χ^2	$100 - i$ + 1/2	χ^2	$100 - i$ + 1/2	χ^2	$100 - i$ + 1/2	χ^2	$100 - i$ + 1/2
0,06	99,5	0,58	74,5	1,00	49,5	2,32	24,5
0,07	98,5	0,58	73,5	1,02	48,5	2,33	23,5
0,11	97,5	0,60	72,5	1,04	47,5	2,45	22,5
0,13	96,5	0,61	71,5	1,06	46,5	2,64	21,5
0,17	95,5	0,64	70,5	1,12	45,5	2,66	20,5
0,20	94,5	0,64	69,5	1,12	44,5	2,86	19,5
0,22	93,5	0,65	68,5	1,18	43,5	2,92	18,5
0,24	92,5	0,66	67,5	1,20	42,5	3,00	17,5
0,28	91,5	0,68	66,5	1,26	41,5	3,20	16,5
0,31	90,5	0,73	65,5	1,33	40,5	3,20	15,5
0,34	89,5	0,75	64,5	1,37	39,5	3,90	14,5
0,36	88,5	0,76	63,5	1,45	38,5	4,10	13,5
0,36	87,5	0,77	62,5	1,56	37,5	4,10	12,5
0,36	86,5	0,78	61,5	1,59	36,5	4,20	11,5
0,37	85,5	0,78	60,5	1,74	35,5	4,30	10,5
0,37	84,5	0,80	59,5	1,75	34,5	4,40	9,5
0,40	83,5	0,82	58,5	1,76	33,5	5,20	8,5
0,44	82,5	0,82	57,5	1,77	32,5	5,90	7,5
0,46	81,5	0,83	56,5	1,78	31,5	6,30	6,5
0,47	80,5	0,83	55,5	1,78	30,5	6,80	5,5
0,51	79,5	0,86	54,5	1,91	29,5	9,20	4,5
0,53	78,5	0,91	53,5	1,92	28,5	11,50	3,5
0,54	77,5	0,92	52,5	2,01	27,5	16,80	2,5
0,55	76,5	0,92	51,5	2,11	26,5	17,70	1,5
0,55	75,5	0,98	50,5	2,22	25,5	23,70	0,5

5. Ellipses de concentration à Bambesa.

Puisque l'on a

$$(u/\sigma_u)^2 + (v/\sigma_v)^2 = \chi^2,$$

les ellipses de niveau ont pour demi-axes

$$\begin{cases} a = \sigma_u \chi, \\ b = \sigma_v \chi. \end{cases}$$

A chaque valeur de χ correspond une ellipse de niveau. Notons que σ_u et σ_v sont liés à $\sigma_{T'}$, $\sigma_{e'}$ et ρ par les relations

$$(\sigma_u - \sigma_v)^2 = \sigma_{T'}^2 + \sigma_{e'}^2 + 2 \sigma_{T'} \sigma_{e'} \sqrt{1 - \rho^2} = 16,14 + 7,04 \\ + 2 \times 4,02 \times 2,65 \times 0,849 = 41,26$$

et

$$(\sigma_u + \sigma_v)^2 = \sigma_{T'}^2 + \sigma_{e'}^2 - 2 \sigma_{T'} \sigma_{e'} \sqrt{1 - \rho^2} = 16,14 + 7,04 \\ - 2 \times 4,02 \times 2,65 \times 0,849 = 5,09;$$

on en déduit que

$$\sigma_u = 4,34,$$

$$\sigma_v = 2,08.$$

Par conséquent, l'ellipse de concentration à 0,95 par exemple, c'est-à-dire l'ellipse contenant 95 % des observations horaires simultanées de (T' , e') a pour demi-axes

$$a = 4,34 \times 2,45 = 10,63$$

$$b = 2,08 \times 2,45 = 5,10$$

la valeur $\chi_{0,95} = 2,45$ du paramètre χ au niveau 0,95 étant extraite de la table de χ^2 . En bref, 95 % des observations horaires simultanées de T' et e' doivent être comprises dans une ellipse centrée au point ($\log_{10} 22,3$, $23,4^3$) dont les demi-axes valent respectivement 10,63 et 5,10 et dont le grand axe fait un angle de 26° avec l'axe des T' . Cette ellipse est représentée à la figure 4 où nous avons utilisé les variables T et e au lieu des variables T' et e' , ce qui ne modifie en rien l'allure de la courbe à condition d'adopter pour T une échelle logarithmique et pour e une échelle cubique. En fait, les distributions conditionnelles de T' par rapport à e' et de e' par rapport à T' sont des distributions normales tronquées. En effet, pour une valeur donnée de e' , la température ne peut descendre sous le point de rosée correspondant (température correspondant à la saturation de l'air en vapeur d'eau); de même, pour une valeur donnée de T' , la pression de vapeur ne peut dépasser un certain niveau. Il s'ensuit que les aires comprenant un taux donné d'observations ne sont pas des ellipses complètes mais des ellipses amputées du secteur correspondant à la sursaturation.

A la figure 4, nous avons dessiné les ellipses de concentration à 0,50; 0,60; 0,70; 0,80; 0,90; 0,95 et 0,99 et avons reproduit la distribution des valeurs observées de (T , e). On peut vérifier que les ellipses précitées contiennent respectivement 62, 68, 77, 85, 91, 95 et 97 observations. La distri-

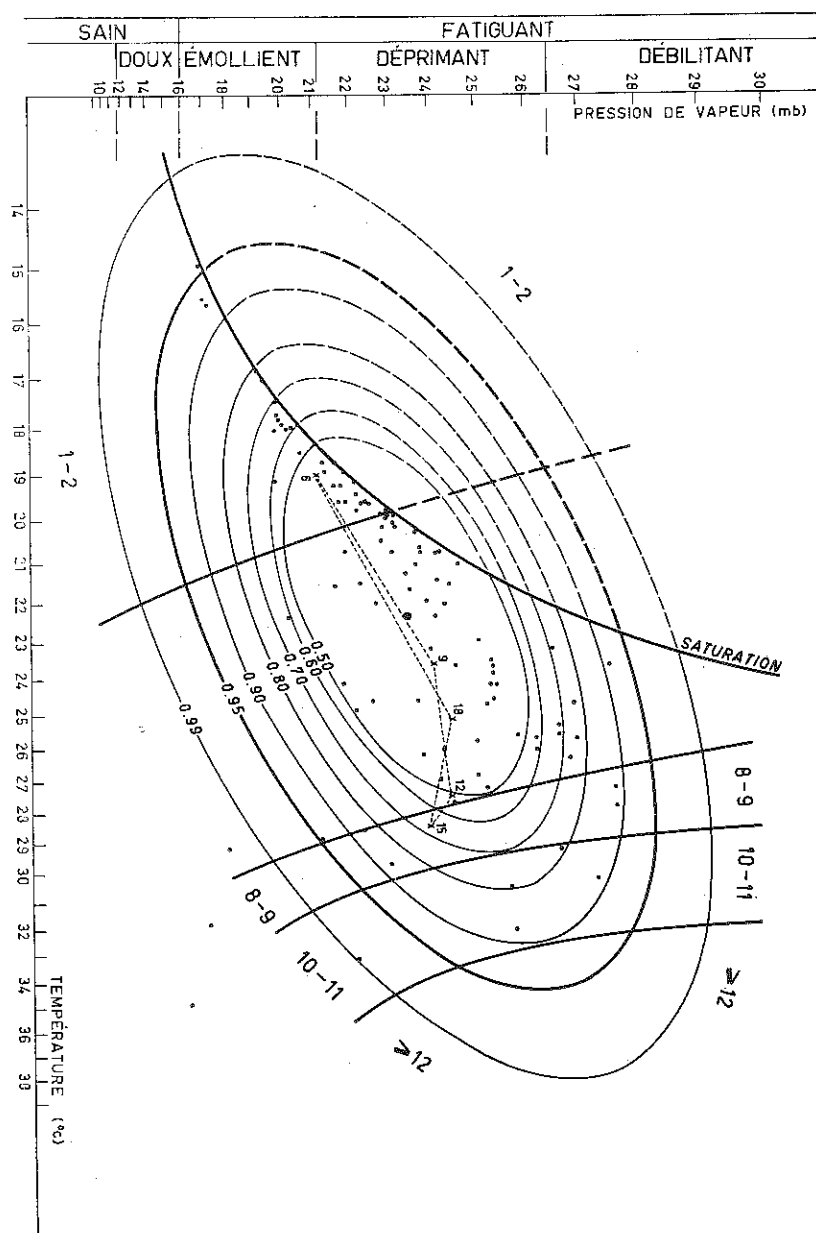


Fig. 4. — Aires de concentration à 0.50, 0.60, ... 0.90, 0.95 et 0.99 des valeurs horaires conjointes de la température de l'air et de la pression de vapeur d'eau à Bambesa (lat. 3°27' N, long. 25°43' E, alt. 621 m). — Les points désignent les valeurs observées; les croix, les moyennes annuelles à 6, 9, 15 et 18 h. — Les sécantes délimitent les zones d'égales valeurs de l'indice de Lee.

bution de T_e est donc quelque peu leptocurtique. Cette caractéristique pouvait déjà être diagnostiquée en analysant la figure 3; en effet, les points correspondant aux faibles valeurs de χ^2_1 s'alignent systématiquement au-dessus de la droite d'ajustement. Néanmoins, les résultats montrent qu'il existe une correspondance satisfaisante entre la distribution observée et la distribution théorique ajustée, établie dans l'hypothèse normale ⁽¹⁾. Le graphique 4 peut encore être interprété autrement. A une température donnée, les ordonnées extrêmes correspondantes de la courbe à 0.95 indiquent les limites entre lesquelles la pression de vapeur est comprise dans 95 % des cas. Ainsi, pour une température de 29,4° C par exemple, la pression de vapeur varie dans 95 cas sur 100 entre 21,4 et 28,2 mb. De même, à une pression de vapeur donnée, les abscisses extrêmes correspondantes de la courbe à 0,95 indiquent les limites entre lesquelles la température est comprise dans 95 % des cas. Ainsi, pour une pression de vapeur de 26 mb par exemple, la température varie dans 95 cas sur 100 entre 21,7 et 34,2° C.

6. Distribution des fréquences horaires de l'indice de Lee à Bambesa.

Sur la figure 4, nous avons délimité quelques zones d'égales valeurs du paramètre G de Lee, c'est-à-dire de l'effort imposé à l'organisme dans le cas d'un homme vêtu normalement et fournissant un travail modéré dans un mouvement d'air modéré. Selon Lee, le niveau où la plupart des gens sont à l'aise est de 4-4 1/2, le niveau au-dessous duquel personne n'est à l'aise est de 1 1/2-3, le niveau au-dessus duquel personne n'est à l'aise est de 6-8 1/2. Exprimées en valeurs de G , la zone de confort aux tropiques et à l'intérieur des habitations serait comprise, d'après Brooks [1], entre 3 et 6. Pour Devroey [2], 26° C et 50 % d'humidité relative le jour, soit $G = 5$, et 21° C et 80 % d'humidité relative la nuit, soit $G = 3$, seraient recommandables dans les habitations au Congo. Enfin, selon Lebrun et Vander Elst [6], un homme habillé légèrement, « acclimaté » et ne développant qu'un travail léger pendant les heures les plus chaudes (travail de bureau) ne peut avoir un rendement satisfaisant et conserver son énergie intellectuelle et sa santé que si la température effective (température correspondant à 100 % d'humidité relative) ne dépasse pas 26° C, soit $G = 9$. Quoique ces chiffres concordent dans une certaine mesure, il n'en apparaît pas moins que la fixation des seuils critiques semble devoir rester matière à controverses. Aussi, pour éluder cette difficulté, proposons-nous de déterminer les fréquences

⁽¹⁾ Le fait d'avoir négligé la troncature ne semble donc pas se traduire par un biais considérable.

relatives des observations de (T, e) pour lesquelles G est supérieur ou égal à 8, 10, 12, ... d'une part, et inférieur ou égal à 2 d'autre part. Pour ce faire, nous avons évalué par planimétrage, sur la figure 4, les secteurs où G est, soit supérieur ou égal à 8, 10, 12, ..., soit inférieur ou égal à 2. En multipliant ces aires par les densités correspondantes (cotes de la surface gaussienne), on obtient les résultats consignés au tableau IV. On constate

TABLEAU IV

*Distributions relatives en pour cent et en heures
des valeurs de l'indice bioclimatique de Lee (G)
et de l'indice climatique pulmonaire de Le Roy (I.C.P.) à Bambesa*

G	≤ 2		≥ 8		≥ 10		≥ 12	
	%	heures	%	heures	%	heures	%	heures
	23,3	5 1/2	16,4	4	8,3	2	1,6	1/2

I.C.P.	Sain		Fatigant					
	Doux		Emollient		Déprimant		Débilitant	
	%	heures	%	heures	%	heures	%	heures
	1,9	1/2	29,1	7	59,8	14 1/4	9,2	2 1/4

donc que G est supérieur ou égal à 8 dans 16 % des cas, supérieur ou égal à 10 dans 8 % des cas, supérieur ou égal à 12 dans 1,6 % des cas et inférieur ou égal à 2 dans 23 % des cas; autrement dit, *en moyenne, l'effort imposé à l'organisme à Bambesa est supérieur ou égal à 8 pendant quelque 4 h par jour, supérieur ou égal à 10 pendant quelque 2 h par jour, supérieur ou égal à 12 pendant une demi-heure et inférieur ou égal à 2 pendant quelque 5 1/2 h par jour.*

Cette manière de caractériser un climat sous l'angle de l'effort qu'il impose à l'organisme a l'avantage de tenir compte non seulement des moyennes de la température et de l'humidité de l'air, mais aussi de la *dispersion*, autour des moyennes, des valeurs horaires de ces deux éléments. On remarquera, à l'examen de la figure 4, que si l'on n'avait tenu compte que des moyennes à 6, 9, 12, 15 et 18 h par exemple, on aurait dû conclure qu'à Bambesa l'effort G est compris entre 2 et 8,5, ce qui eût donné une impression fautive du climat de cet endroit. On conçoit aisément qu'en appliquant la méthode décrite ici on ne risque pas de considérer comme semblables deux climats dont les moyennes de T et e sont identiques, mais dont les amplitudes journalières sont faibles pour le premier et fortes pour le second.

Enfin, la comparaison entre divers climats reste objective puisqu'elle revient à confronter des tableaux de fréquences de (T, e) pour lesquelles G est, soit supérieur ou égal à 8, 10, 12, ..., soit inférieur ou égal à 2. Chaque type humain est libre d'apprécier les résultats en fonction de ses facultés propres d'adaptation. Certains peuvent estimer que le climat devient malsain dès que G dépasse 8, d'autres lorsque G dépasse 8 pendant au moins 4 h par jour, d'autres encore lorsque, seulement, G dépasse 10, etc. Le fait de considérer la fréquence des valeurs de (T, e) pour lesquelles G est inférieur ou égal à 2 est utile pour mesurer le caractère plus ou moins contrasté du climat. On sait que, dans les pays chauds, les contrastes sont considérés comme toniques par certains et fatigants par d'autres.

7. Distribution des fréquences horaires à Bambesa de l'indice climatique pulmonaire de Le Roy.

Se référant à l'indice climatique pulmonaire I.C.P. de Le Roy, Nicolas [10] a proposé de qualifier le climat de doux, d'émollient, de déprimant et de débilitant lorsque la pression de vapeur d'eau est comprise respectivement entre 11,7 et 16 mb (I.C.P. compris entre 1,0 et 0,75), entre 16 et 21,2 mb (I.C.P. compris entre 0,75 et 0,50), entre 21,2 et 26,5 mb (I.C.P. compris entre 0,50 et 0,25) et entre 26,5 et 31,3 mb (I.C.P. compris entre 0,25 et 0 ⁽¹⁾). Si l'on ne considère que les moyennes à 6, 9, 12, 15 et 18 h, il ressort de la figure 4 que le climat de Bambesa est déprimant. Si, par contre, on se réfère à l'ellipse de concentration à 0,95, on constate que le climat de Bambesa est doux dans 2 % des cas (une demi-heure par jour), émollient dans 29 % des cas (7 h par jour), déprimant dans 60 % des cas (14 1/4 h

(1) D'après Le Roy, au delà de 31,8 mb, il y aurait tendance à la dissolution de l'eau dans le sang.

par jour) et débilitant dans 9 % des cas ($2\frac{1}{4}$ h par jour). Ici encore, on saisit tout l'intérêt qu'il y a de tenir compte de la dispersion de la variable climatique de référence.

8. Conclusions.

Notre propos n'est pas de passer en revue tous les indices qui ont été proposés pour mesurer l'action du climat sur l'organisme, ni encore moins de les examiner d'un point de vue critique. Dans cette note, nous avons simplement tenté de montrer

1. que l'exploitation rationnelle de ces indices exige que l'on considère la dispersion des variables climatiques sur lesquelles ils s'appuient;
2. que si ces variables ont une distribution de fréquences conjointe normale ou qui peut être normalisée aisément, la recherche des aires de concentration correspondant à un taux donné d'observations est facile puisque ce sont des ellipses;
3. qu'à partir de ces ellipses de concentration il est possible de dresser rapidement, pour un climat donné, un tableau de fréquences des valeurs remarquables de l'indice bioclimatique de référence;
4. que l'information contenue dans ce tableau de fréquences est beaucoup plus substantielle que celle qui est attachée à la seule valeur moyenne de l'indice.

Remarquons que la méthode décrite ici peut être appliquée dans beaucoup d'autres questions. On sait, en effet, que certains problèmes ayant trait à la climatisation des locaux, à la tropicalisation des appareils, au séchage des bois et des récoltes, à la mise au point des installations frigorifiques, à la construction des pistes d'aérodromes, etc. doivent tenir compte également des valeurs *extrêmes simultanées* de la température et de l'humidité de l'air.

BIBLIOGRAPHIE

- [1] BROOKS, C.E.P. - Climate in everyday life. *Benn*, London, 1950.
- [2] DEVROEY, E. - Habitations coloniales et conditionnement d'air sous les tropiques. *Mém. Inst. roy. col. belge, Sc. Techn.*, II, 2, Bruxelles, 1950.
- [3] HALD, A. - Statistical tables and formulas. *John Wiley and Sons*, New York, 1952.

- [4] HALD, A. - Statistical theory with engineering applications, *John Wiley and Sons*, New York, 1952.
- [5] HARGOOD, D., ASCH, D., HILL, L. - The katathermometer as a physical instrument. *Medical Research Council, Special Report Series*, n° 73, London, 1923.
- [6] LEBRUN, A. et VANDER ELST, N. - Le climat de l'habitation au Congo belge. *Mém. Acad. Roy. Sc. Outre-Mer, Sc. Techn.*, VIII, 2, Bruxelles, 1958.
- [7] LEE, D. - Proprioclimats de l'homme et des animaux domestiques in *Climatologie*, Compte rendu de recherches sur la zone aride. Publ. *UNESCO*, Paris, 1958.
- [8] LEE, D. - Review of « Influence de la température et de l'humidité de l'air sur les possibilités d'adaptation de la race blanche au Congo de Vandenplas » in *The Geographical Review*, April 1952, New York.
- [9] LE ROY - L'homme et le climat III. Publ. *I.F.A.N.*, Dakar.
- [10] NICOLAS, J. - Les climats africains en biogéographie humaine. *Bull. de l'I.F.A.N.* XX, série B, 1-2, Dakar, 1958.
- [11] VANDENPLAS, A. - Influence de la température et de l'humidité de l'air sur les possibilités d'adaptation de la race blanche au Congo. *Mém. Inst. roy. col. belge, Sc. nat.* XIX, 1, Bruxelles, 1950.