

**REVUE BELGE DE STATISTIQUE
ET DE RECHERCHE OPERATIONNELLE**

**Vol. 7 - N° 1
MAI 1966**

**BELGISCH TIJDSCHRIFT VOOR STATISTIEK
EN OPERATIONEEL ONDERZOEK**

**Vol. 7 - N° 1
MEI 1966**

La « Revue Belge de Statistique et de Recherche Opérationnelle » est publiée avec l'appui du Ministère de l'Education nationale et de la Culture, par les Sociétés suivantes :

SOGESCI. — Société Belge pour l'Application des Méthodes scientifiques de Gestion.
Secrétariat : 66, rue de Neufchâtel, Bruxelles 6. Tél. 37.19.76.

S.B.S. — Société Belge de Statistique.
Siège social : 44, rue de Louvain, Bruxelles.
Secrétariat : 44, rue de Louvain, Bruxelles.

Comité de Direction

E. DE GRANDE, Docteur en Sciences, Theophiel Reynlaan, 53, Mortsel.

S. MORNARD, Licencié en Sciences, rue Souveraine, 51, Bruxelles 5.

R. SNEYERS, Docteur en Sciences, Météorologiste adjoint à l'Institut Royal Météorologique de Belgique, 68, rue Copernic, Bruxelles 18.

Comité de Screening

A. HEYVAERT, Ingénieur civil, 3, Val-Fleuri, Dilbeek.

R. SNEYERS, Docteur en Sciences, Météorologiste adjoint à l'Institut Royal Météorologique de Belgique, 68, rue Copernic, Bruxelles 18.

Rédaction

R. SNEYERS, Docteur en Sciences, Météorologiste adjoint à l'Institut Royal Météorologique de Belgique, 68, rue Copernic, Bruxelles 18.

Secrétariat

J.H. LENTZEN, 66, rue de Neufchâtel, Bruxelles 6 - Tél. 37.19.76.

Het « Belgisch Tijdschrift voor Statistiek en Operationeel Onderzoek » wordt uitgegeven met de steun van het Ministerie van Nationale Opvoeding en Cultuur, door de volgende Verenigingen :

SOGESCI. — Belgische Vereniging voor Toepassing van Wetenschappelijke Methodes in het Bedrijfsbeheer.

Secretariaat : Neufchâtelstraat 66, Brussel 6. Tel. 37.19.76.

S.B.S. — Belgische Vereniging voor Statistiek.

Maatschappelijke zetel : 44, Leuvensestraat, Brussel.

Secretariaat : 44, Leuvensestraat, Brussel.

Directie Comité

E. DE GRANDE, Dr in de Wetenschappen, Theophiel Reynlaan, 53, Mortsel.

S. MORNARD, Lic. in de Wetenschappen, Souverainestraat, 51, Brussel 5.

R. SNEYERS, Dr in de Wetenschappen, Adjunct-Meteoroloog bij het Koninklijk Meteorologisch Instituut van België, Copernicusstraat, 68, Brussel 18.

Screening Comité

A. HEYVAERT, Burgerlijk Ingenieur, Bloemendal, 3, Dilbeek.

R. SNEYERS, Dr in de Wetenschappen, Adjunct-Meteoroloog bij het Koninklijk Meteorologisch Instituut van België, Copernicusstraat, 68, Brussel 18.

Redactie

R. SNEYERS, Dr in de Wetenschappen, Adjunct-Meteoroloog bij het Koninklijk Meteorologisch Instituut van België, Copernicusstraat, 68, Brussel 18.

Secretariaat

J.H. LENTZEN, 66 Neufchâtelstraat, Brussel 6 - Tel. 37.19.76.

REVUE BELGE DE STATISTIQUE ET DE RECHERCHE OPERATIONNELLE

VOL. 7 - N° 1 - MAI 1966

VOL. 7 - N° 1 - MEI 1966

SOMMAIRE — INHOUD

J. SAUCEZ. — Les possibilités d'application de la recherche opérationnelle dans l'industrie charbonnière	3
J. DE SMET et G. RENSON. — Gestion d'un parc de véhicules	14
M. ROUBENS. — Le contrôle de la production dans l'industrie des panneaux de particules	44
Nos Echos — Allerlei	52
Publications reçues — Ontvangen publicaties	52

BELGISCH TIJDSCHRIFT VOOR STATISTIEK
EN OPERATIONEEL ONDERZOEK

LES POSSIBILITES D'APPLICATION DE LA RECHERCHE OPERATIONNELLE DANS L'INDUSTRIE CHARBONNIERE

par J. SAUCEZ

*Centre de Formation Postuniversitaire pour Ingénieurs de Charbonnages
près la Faculté Polytechnique de Mons*

Avant-propos.

Le fait que la main-d'œuvre intervient pour une bonne part dans le prix de revient du charbon et que nos gisements sont une source constante de difficultés pourrait laisser supposer que les préoccupations de l'ingénieur des Mines se rapportent essentiellement à la gestion journalière des exploitations. L'expérience montre au contraire que la conduite de nos charbonnages est avant tout affaire de coordination, de mise en place d'équipements et de méthodes d'organisation et de gestion. Le caractère vivant des exploitations et les aléas du gisement donnent à ces problèmes plus d'acuité encore.

L'enjeu et les conditions d'application sont telles que le simple jugement ne suffit pas. On fera appel au bon sens uniquement pour contrôler les résultats d'études scientifiques basées sur les techniques d'organisation. Dans certains cas, celles-ci s'inspirent des théories de la recherche opérationnelle.

Nous avons été amenés, dans les charbonnages, à appliquer quelques techniques appartenant au domaine du calcul des probabilités et de la recherche opérationnelle et l'objet de la présente note est de donner la synthèse de cette expérience.

Il existe parfois une solution de continuité entre la science de la recherche opérationnelle et les problèmes industriels concrets. Cela tient à une question de langage et surtout au fait que la réalité industrielle est l'objet de contingences multiples laissant croire que la théorie est inapplicable. En fait, elle est fondamentale en raison de la formation d'esprit qu'elle donne et parce qu'elle contient, en potentiel, les principes de solution ; mais elle doit être considérée comme un modèle de raisonnement et non comme une recette. A l'occasion de chaque application, il convient d'effectuer une transposition destinée à concevoir un modèle concret traduisant bien la réalité.

Notre expérience est encore fragmentaire et il reste beaucoup à faire. Nous nous contenterons d'évoquer des problèmes vécus, sachant bien que d'autres domaines d'application existent. Nous envisagerons ainsi successivement :

- 1) Le transport et l'extraction (théorie des files d'attente).
- 2) La recherche des conditions optimales de marche des chantiers mécanisés d'abattage (études d'optimisation en régime stochastique).
- 3) Le planning des travaux du fond (planning de PERT).
- 4) La gestion des magasins d'approvisionnement (gestion des stocks).
néaire).
- 5) La valorisation des charbons par mélange (programmation linéaire).

Les études qui sont à la base de cette note sont l'œuvre de l'équipe du Centre de Formation postuniversitaire pour Ingénieurs de Charbonnages et il nous plaît de remercier ici notre Administrateur, Monsieur Brison, pour le soutien apporté au Centre par la Faculté Polytechnique de Mons et Messieurs Vanhaesendonck, Directeur scientifique, Delacroix et Van Robays attachés au Centre, pour la grande part qu'ils ont prise à ces travaux. Nos remerciements et nos félicitations s'adressent aussi à Monsieur Godfroid, pour son étude sur les fournitures de charbon aux Centrales thermiques, ainsi qu'aux ingénieurs qui ont eu l'occasion de travailler avec nous.

Il est d'autre part intéressant de savoir que la recherche opérationnelle appliquée à l'industrie charbonnière connaît également à l'étranger d'intéressantes applications dont on trouvera, en note, quelques références bibliographiques pour la France, l'Allemagne et la Grande-Bretagne.

1. — LES PROBLEMES DE TRANSPORT ET D'EXTRACTION

A. Généralités.

Notre propos n'est pas de comparer les méthodes proprement dites d'organisation du transport, qui peuvent aller de la mise à l'horaire au dispatching intégral, mais simplement d'évoquer les méthodes d'analyse et de solution.

La difficulté de l'organisation du transport principal et de l'extraction dans les mines importantes provient de la complexité du réseau lui-même, qui con-

-
- Principes et mise en œuvre des procédés de simulation — Vielledant et Tincelin — Revue de l'Industrie Minérale, novembre 1963.
 - Etude théorique des l'organisation d'une taille mécanisée — Nortier — Revue de l'Industrie Minérale — avril 1964.
 - Aufgaben und Stand der Unternehmensforschung im Bergbau — Wilke — Glückauf, 4 November 1964.
 - Congrès International Minier de Londres — juillet 1965 : 5 communications.

tient de nombreux nœuds et boucles, ainsi que de l'irrégularité de production des chantiers, de l'interférence des circuits des charbons et des pierres et des aléas propres à la circulation des locotracteurs et à l'extraction.

Sous peine d'être inefficace, l'organisation à mettre en place doit tenir compte de toutes ces circonstances et il est évident que l'étude laissera une large place à l'analyse statistique des phénomènes. Il convient de préciser de nombreuses distributions, notamment celles des temps de chargement, de translation et de manœuvre des locotracteurs, du fonctionnement des chaînes avanceuses, culbuteurs, dispositifs d'extraction etc...

A cet égard, il y a lieu d'insister sur la nécessité de dégager des lois générales de façon à donner aux résultats un caractère de permanence, quitte à abandonner un peu d'une précision d'ailleurs illusoire. Citons l'exemple des locotracteurs ; leur vitesse est fonction de leur état d'entretien, de l'état des galeries qu'ils parcourent et du nombre de berlines tractées. On pourrait théoriquement tenir compte de ces facteurs de façon spécifique mais il nous est apparu bien préférable dans la pratique, pour une mine déterminée, de négliger ces distinctions et de majorer quelque peu la dispersion. On obtient alors des résultats qui restent valables dans le temps, puisque l'état moyen d'entretien des machines et des galeries dans un charbonnage demeure à peu près stationnaire.

Il importe également de donner à ces diverses lois une forme adéquate, qui peut dépendre d'ailleurs du type d'organisation envisagé. Pour le chargement au pied de taille par exemple, on recherchera la loi de production pour un temps T s'il s'agit d'un roulage à l'horaire, ou le temps nécessaire pour le chargement de N berlines si les rames ont une charge constante.

La phase analytique et statistique qui vient d'être évoquée est d'une importance capitale car elle constitue la base de l'étude. On est amené à introduire en cours de route quelques approximations de façon à obtenir les formules analytiques les plus simples possible mais cela implique beaucoup de discernement ; les premières études doivent être traitées scrupuleusement, avec une précision exagérée, puis l'expérience montre dans quelle mesure il est licite de procéder aux simplifications.

L'étude d'organisation proprement dite est faite à partir de ces données. Elle correspond à l'élaboration d'un modèle.

La théorie des files d'attente, qui constitue un chapitre classique de la recherche opérationnelle apporte à cette fin une aide efficace. Un réseau de transport comporte en effet tout un ensemble de stations qui sont le siège de

processus d'attente ; l'existence du réseau rend ces stations interdépendantes. On a ainsi affaire à un système complexe qui peut être étudié analytiquement ou par le procédé dit de simulation.

L'étude analytique suppose que certaines conditions soient respectées, en particulier celle du régime permanent, et que le réseau soit relativement simple. Nous avons traité deux cas d'application complets de cette manière.

Cependant dans la mine, nous sommes fréquemment en présence de phénomènes transitoires. Des ruptures d'équilibre peuvent provenir de travaux spéciaux effectués la nuit, d'une discordance dans les horaires de l'extraction et de la production, ou de disparités existant entre les deux postes de production. Si ces circonstances ne peuvent pas être négligées, la simulation par la méthode de Monte-Carlo permet toujours de se tirer d'affaire. Elle présente en outre l'avantage de ne nécessiter aucune hypothèse simplificatrice relative aux caractéristiques des installations. Cette méthode a déjà été appliquée à trois reprises dans nos charbonnages, avec de bons résultats.

On notera en passant que la simulation permet simplement de tester un modèle d'organisation c'est-à-dire d'en prévoir tous les résultats et notamment de déterminer le parc de berlines nécessaires et sa répartition ainsi que la dimension à donner aux stations. Mais en général le temps de travail de l'ordinateur est si réduit qu'il est possible de traiter plusieurs modèles imaginés par l'organisateur ; on acquiert alors une vue complète du problème. A titre indicatif, signalons que lors d'une étude de la liaison transport principal — puits d'extraction, il ne fallait pas plus de 35 secondes pour obtenir la simulation d'un poste de travail complet.

Quelle que soit la méthode qu'il adopte pour résoudre un problème particulier, l'ingénieur se trouve toujours considérablement aidé, dans l'approche de la solution, par la connaissance même des phénomènes, que la théorie des files d'attente permet d'acquérir. Malgré ses hypothèses restrictives, cette théorie met en évidence les facteurs qui conditionnent l'équilibre d'un processus. Certains ordres de grandeur deviennent évidents : le facteur d'utilisation des puits par exemple ne pourra jamais dépasser la valeur de 0,9 sans qu'il en résulte un engorgement de l'envoyage.

Ces principes sont également utiles à l'occasion d'études d'avant-projets ; il s'agit cette fois de fixer les capacités à donner aux installations de façon à minimiser l'ensemble des coûts, y compris l'amortissement du parc de berlines et les frais d'exploitation.

Il ne peut être question de donner ici un résumé des applications faites à ce jour mais nous voudrions compléter ces généralités par quelques observa-

tions à caractère scientifique qui paraissent valables pour l'ensemble des charbonnages.

B. Précisions à caractère scientifique.

1. Loi de chargement des berlines.

Première remarque. Dans les chantiers exploités à une cadence normale, le temps θ de chargement d'une berline de capacité donnée, répond de façon remarquable à la loi suivante, figurée par la courbe (1) du diagramme :

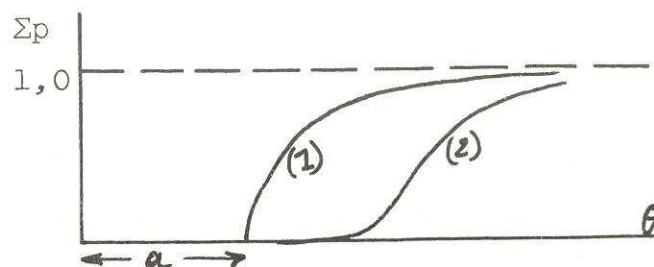
$$\theta = a + \tau$$

avec $a = \text{constante}$

$$\tau = \text{variable aléatoire de densité } \rho(\tau)d\tau = b e^{-b\tau} d\tau.$$

La constante a est fonction de la capacité du convoyeur ; le paramètre b de l'exponentielle dépend de la saturation du chantier.

Si celui-ci est nettement sous-attelé, la loi se déforme et prend une allure gaussienne (courbe 2).



2^{me} remarque. L'application des tests séquentiels à la suite des temps de chargement θ fait apparaître des effets de grappe provoqués par le fonctionnement de l'engin d'abattage. Pour obtenir des variables indépendantes, on est amené à considérer les temps θ_x de chargement d'un nombre x de berlines, la valeur minimum de x dépendant des caractéristiques du chantier.

2. Loi d'arrivée au puits.

En général, et sauf organisation spéciale, l'arrivée des rames au puits peut être considérée comme poissonnienne, le nombre de berlines par rame étant lui-même gaussien.

3. Service du puits.

Dans les installations modernes, spécialement s'il s'agit de skips, le service du puits est assimilable à un service constant ; son écart-type est ridiculement faible. Lorsqu'on a affaire à des mines plus anciennes, la loi de l'extraction est la combinaison de deux distributions : l'une gaussienne avec une dispersion non négligeable, l'autre étant provoquée par des incidents divers. Si ceux-ci ne sont pas trop graves, on peut prendre la loi de Gauss comme base en calculant l'écart-type en conséquence.

4. Circulation des rames.

Les lois donnant les temps de parcours des locotracteurs en fonction des distances parcourues s'obtiennent très simplement par un tracé classique de la ligne de régression. Moyennant quelques hypothèses simplificatrices relatives à l'homocédasticité de la distribution, le temps T de parcours d'une distance D s'exprime par $T = a + bD + t\sigma$ avec t = variable réduite de Gauss et σ = fonction de D qu'on peut considérer comme linéaire dans les limites pratiques de variation de D .

5. Traitement du modèle.

La simulation complète d'une méthode de transport n'occasionne aucune difficulté spéciale.

Par contre, une autre méthode de solution s'inspirant de la théorie des chaînes de Markov et consistant à rechercher les probabilités d'état de la file d'attente au pied du puits en fin de poste, à partir de la connaissance de la matrice de transition pour une unité de temps convenablement choisie et de la situation en début de poste, n'a pas donné les résultats escomptés. Le produit matriciel effectué sur ordinateur n'a pas présenté la précision désirée, parce qu'il fut impossible de prendre en considération un nombre suffisant de lignes et de colonnes.

2. — CONDITIONS OPTIMALES DE MARCHE DES CHANTIERS MECANISES D'ABATTAGE

L'organisation des chantiers d'abattage relève partiellement, bien entendu, d'une étude de méthodes appliquée aux divers travaux qui y sont réalisés mais d'autres questions très importantes doivent également être abordées, notamment la détermination des conditions optimales de fonctionnement, compte tenu du

coût des équipements mis en œuvre. Il s'agit de rechercher comment on obtiendra les unités de production les plus rentables.

Les conditions de gisement étant données, le problème revient à fixer la longueur et l'attelage optimaux du chantier, pour chaque type d'équipement pouvant être envisagé. L'avancement, la production et le rendement sont liés à ces paramètres.

Comme nous l'avons constaté à l'occasion de deux applications, cet optimum est relativement stable et les résultats restent satisfaisants si on s'en écarte quelque peu ; l'essentiel est de respecter les bons ordres de grandeur.

Si les couches étaient parfaitement régulières, les épontes de qualité constante, et les engins placés dans des conditions de marche semblables à celles rencontrées dans les usines de surface, le problème se ramènerait à l'étude d'harmonogrammes où figureraient en parallèle les travaux des hommes et des machines. Un chantier mécanisé est en effet analogue à une chaîne de production. Mais tout mineur sait à quel point il est indispensable de tenir compte des conditions spéciales du fond si l'on prétend se fixer des objectifs réalisables. Un chiffre permettra d'ailleurs de s'en convaincre : la dispersion des valeurs-travail atteint fréquemment 30 %.

La pratique courante consiste à adopter de façon subjective un coefficient de sécurité plus ou moins élevé pour la fixation des attelages, mais il est intéressant de déterminer l'attelage réelle, c'est-à-dire en fin de compte, la saturation du personnel, sur des bases concrètes, en faisant apparaître les facteurs qui l'influencent.

On obtient ainsi une relation entre le rendement, les conditions de gisement et des facteurs dont nous sommes maîtres, en particulier la longueur et l'équipement de la taille. Les conclusions sont alors faciles à tirer.

Cette relation peut être établie parce que les techniques statistiques permettent de décrire les conditions de gisement et le fonctionnement des engins à l'aide de paramètres simples. En pratique les conditions de gisement interviennent dans la relation indirectement, par le truchement des valeurs-travail requises par les travaux de soutènement, d'abattage etc... analysées conformément aux méthodes classiques de l'organisation. Ces valeurs-travail, les profondeurs de passe de la machine d'abattage, les temps de marche et d'arrêt de celle-ci répondent à des lois élémentaires de probabilité, tout au moins en première approximation (loi de Gauss, distribution exponentielle). Le modèle mathématique qui traduit le fonctionnement global du chantier et dont le traitement conduit aux conclusions évoquées ci-dessus repose ainsi sur un nombre réduit de paramètres.

3. — PLANNING DES TRAVAUX DU FOND

On connaît la méthode de planning dite de PERT dérivée de la théorie des graphes, née aux Etats-Unis il y a quelques années et qui connaît actuellement un succès considérable dans toutes les industries. Mutatis mutandis, cette méthode peut rendre, et rend déjà d'ailleurs, de grands services dans les charbonnages.

Cette méthode vient à son heure. Les fusions de charbonnages, la concentration des travaux du fond en unités de production importantes dont l'arrêt accidentel risque de perturber gravement les résultats, la mise en œuvre d'un matériel coûteux de mécanisation dont les besoins et la répartition sont liés au programme d'exploitation, sont autant de facteurs qui rendent nécessaire une étude serrée du planning. D'autre part, dans les mines plus qu'ailleurs, les incidents d'exploitation dus au gisement imposent de maintenir le planning constamment à jour.

Le Centre postuniversitaire de Mons a introduit la méthode PERT dans plusieurs charbonnages belges.

Dans l'industrie extractive, le planning de PERT porte sur une tranche de travaux équivalant à un an ou un an et demi. Périodiquement, toutes les quinzaines ou tous les mois, le programme est actualisé de telle sorte que l'on obtient un planning mobile. On y fait figurer les travaux d'exploitation, les travaux préparatoires et les immobilisations de matériel de service. Les contraintes sont d'ordre technique (échelonnement de travaux), financier (restrictions sur le matériel disponible), ou humain (limitation des effectifs).

4. — GESTION DES MAGASINS D'APPROVISIONNEMENT

A. Généralités.

Les magasins de charbonnages comportent trois catégories d'articles :

- le matériel dont l'achat est fonction du planning d'exploitation,
- les pièces de réserve entreposées au magasin en prévision de pannes éventuelles d'appareillages essentiels,
- les autres articles (pièces de rechange et articles de consommation) qui constituent le magasin d'approvisionnement proprement dit.

Cette dernière classe d'articles étant la plus nombreuse, il est intéressant d'adopter à son sujet une méthode systématique de gestion, qui assure le respect constant de la politique adoptée par la Direction.

Le processus administratif à mettre au point ne constitue pas l'essentiel du problème ; le choix entre une procédure manuelle, ou le traitement sur machines classiques ou sur ordinateur relève d'une question de volume ; c'est le point de vue économique seul qui guide à cet égard.

Le véritable problème est de mettre au point la méthode de raisonnement systématique qui conduit à savoir quand et combien il faut commander.

Une application complète de gestion de magasin d'approvisionnement a été faite dans un charbonnage. Dans ce cas, la gestion a été basée sur la détermination de deux barrières : le stock potentiel minimum, ou point d'ordre, et le stock potentiel maximum qui règle l'importance des achats. Ces barrières sont calculées en fonction de données simples comme la tendance de la consommation, sa dispersion et le délai d'approvisionnement, et de deux paramètres a et b fixés par la Direction.

L'intervention de la tendance dans la détermination des barrières suscite l'ajustement automatique du stock, si la consommation diminue ou augmente.

Le choix des valeurs de a et b dépend de la rotation et du service à la clientèle que l'on désire obtenir. La Direction possède ainsi les leviers de commande voulus pour déterminer et faire appliquer une politique qui tient compte à la fois de ses ressources financières et de l'importance qu'elle accorde à la sécurité d'approvisionnement.

B. Précisions à caractère scientifique.

1. — Distribution des consommations et recherche des tendances.

Première remarque. Pour les sorties de pièces de rechange, la loi de Poisson n'a pas pu être adoptée parce que les unités étaient mal choisies. Par exemple : le remplacement des roulements d'un crible se pratique le plus souvent 4 pièces à la fois. Nous n'avons pas voulu modifier les unités en vigueur pour des raisons d'ordre pratique.

Deuxième remarque. La distribution bêta et la loi de Gauss conduisaient toutes deux à des résultats satisfaisants ; nous sommes partis de la loi de Gauss car le produit de convolution sur D mois (avec $D = \text{délai}$) tendait de toutes façons vers une distribution normale.

Troisième remarque. Il est apparu que des causes systématiques influençaient les consommations.

Soit $i_1 =$ dispersion des consommations mensuelles.

$i_3 =$ dispersion des consommations trimestrielles.

On observe constamment : $i_1 \geq i_3 \sqrt{3}$.

Lorsque le délai D est supérieur à 3 mois, il s'est donc avéré utile d'établir des statistiques trimestrielles.

D'autre part, quelle que soit la technique de polissage, la tendance C_t des consommations moyennes ne s'est pas toujours révélée être une bonne référence et ceci précisément parce que les pièces sortent souvent par lots. On s'est tiré d'embarras en calculant la tendance C'_t des consommations non nulles existant dans la période de référence. On retombe d'ailleurs sur la méthode classique si la statistique ne contient pas de mois à consommation nulle.

2. — Caractéristiques du modèle.

Nous avons remplacé les notions de frais de stockage et de coût de pénurie qui interviennent dans la théorie par celles de rotation et de service à la clientèle, qui paraissent plus claires à l'industriel, et nous avons déterminé une fois pour toutes, en fonction des paramètres de direction a et b , les expressions de

- la rotation
- l'espérance mathématique de la rupture de stock, en pourcentage ; il s'agit du rapport moyen entre le nombre de pièces manquantes et la consommation
- l'espérance mathématique de la durée de la rupture de stock, lorsque cette rupture se produit.

Ces données permettent à l'industriel de choisir sa politique.

5. — VALORISATION DES BAS-PRODUITS

Une autre application de la recherche opérationnelle se rapporte à la vente des charbons. Nous pensons spécialement à la valorisation des bas-produits — schlamms, poussières, mixtes et éventuellement schistes de terrils — qui peuvent être vendus tels quels ou en mélange.

L'objectif est d'atteindre la recette maximale compte tenu des disponibilités et des contraintes commerciales.

Nous entrons ici dans le champ d'application de la programmation linéaire qui permet précisément de rechercher les valeurs à donner à un certain nombre de variables afin de maximiser une fonction économique donnée de ces mêmes variables tout en respectant un ensemble de contraintes. En programmation

linéaire, il est indispensable que la fonction économique et les contraintes aient une forme linéaire. C'est évidemment le cas des mélanges des charbons, qui se ramène à un problème de pondération.

Aux contraintes de disponibilité, viennent s'ajouter les contraintes commerciales portant, pour chaque client :

- sur les quantités, en tonnes ou en calories.
- sur la teneur en cendres du mélange.
- sur l'humidité du mélange.

La programmation est particulièrement utile si le charbonnage possède sa centrale propre, ou bénéficie d'une priorité absolue dans les fournitures auprès d'une centrale financièrement associée. A titre d'exemple on se référera à une étude faite par Monsieur Godfroid, à paraître dans un prochain numéro des Annales des Mines de Belgique.

CONCLUSION

Ces quelques exemples, que nous avons été obligés de traiter très schématiquement, donnent une idée des ressources pratiques offertes à l'industrie charbonnière par la recherche opérationnelle, considérée comme instrument de gestion et d'organisation. Nous sommes conscients d'avoir laissé dans l'ombre bien des secteurs d'application que nous ne voulons pas énumérer pour éviter toute anticipation ; personnellement, nous pensons que les résultats déjà obtenus sont garants de l'avenir.

GESTION D'UN PARC DE VEHICULES

par J. DE SMET et G. RENSON
Centre d'Etudes militaires, Bruxelles

La gestion de grands ensembles, pouvant atteindre plusieurs milliers d'unités, est un sujet de préoccupations pour les différents pays OTAN. La question a d'ailleurs été débattue au cours de rencontres internationales.

L'étude qui suit est un des travaux suscités par ce problème.

Son exposé sera divisé en quatre parties :

- genèse du problème et buts poursuivis
- description et caractéristiques du modèle
- justification mathématique du processus d'évolution
- application du modèle à un parc de jeeps.

PREMIERE PARTIE

1. Introduction.

a. But poursuivi.

Je voudrais tout d'abord bien définir le sens que nous donnons ici au mot gestion.

Ce n'est pas la gestion financière qui d'abord nous intéresse.

Ce que nous désirons c'est, dans le cadre d'une politique déterminée, rechercher l'évolution au point de vue âge d'un parc de N véhicules et mesurer les répercussions :

- *opérationnelles* tout d'abord, ce qui se traduira par l'efficacité ou disponibilité du matériel mis à la disposition des unités;
- *financières* ensuite, ce qui nous conduira à évaluer les coûts de réparations et de remplacement.

* Conférence faite à la tribune de la Sogesci le 14 juin 1965.

b. *Genèse du problème.*

Il n'est pas sans intérêt de souligner que le problème, tel que je viens de l'énoncer, a été formulé par étapes et en sens inverse, dirais-je, du processus habituel.

Ordinairement, en effet, le chercheur opérationnel se plaint du manque de données statistiques relatives au problème dont il a la charge.

Nous nous sommes trouvés ici dans une situation inverse.

L'Etat-Major de la FT belge applique, depuis la fin de 1962, un système mécanographique de collecte d'informations relatives à l'utilisation de l'ensemble de son charroi. A la fin du mois, le centre de traitement de l'information reçoit, pour chaque véhicule en service dans les unités, la prestation (kilométrique ou horaire) effectuée, les immobilisations en nombre et en durée, ainsi que les consommations.

Sur la base de ces données, ce Centre établit des listings trimestriels (tableau 1) où pour un véhicule d'un type déterminé sont repérés, en fonction de l'âge atteint en fin de trimestre, les moyennes des prestations, immobilisations et consommations de la période écoulée.

Le but premier de ces listings était de doter les EM et le Ministère d'éléments d'information permettant d'établir à bon escient des prévisions budgétaires ou plannings de consommation. Très vite cependant, on s'est rendu compte que l'on pouvait en tirer bien davantage. C'est ainsi qu'est né le projet d'un modèle permettant de prévoir l'évolution du coût et de l'état du parc de véhicules en fonction des politiques que définirait l'EM.

L'élaboration d'un modèle devait simultanément souligner les déficiences du plan de recueil d'informations et fixer ainsi les données complémentaires à relever.

2. Définition des politiques.

Il me faut donc, avant de parler du modèle, vous définir les politiques à la disposition du Commandement. Pour ce faire, rappelons, en deux mots, la structure de l'organisation militaire dans le domaine des véhicules.

a. *Structure.*

Cette organisation peut se schématiser comme suit :

- (1) un ensemble de *clients* ayant des besoins déterminés par une charte d'organisation et soumis à des prestations plus ou moins fixes. Ce

Tableau 1
PRESENTATION DES DONNEES STATISTIQUES EXISTANTES
LISTING RECAPITULATIF TRIMESTRIEL

Grand Cammandement	Numéro code du matériel	Age ou T. V.	Exis- tants	IMMOBILISATIONS MOYENNES			PRESTATIONS MOYENNES		Consommation moyenne aux 100 km
				Nombre	Durée 2 ^e échelon	Durée 3 ^e échelon	km	Heures	
1	2 4021 Z 285	00	164	0,8	6,2	2,4	1981	—	23,9
		01	104	0,9	5,8	1,8	2220	2	22,8
		02	248	1,1	7,3	1,9	1949	1	26,1
		03	252	1,2	8,8	4,2	2038	1	20,3
		04	184	1,2	7,2	4,2	2166	1	23,1
		05	119	1,5	9,1	6,6	2426	—	20,1

sont les unités de différents types, réunies en trois grands sous-ensembles :

- unités d'Allemagne
- unités de Belgique
- unités de réserve.

- (2) un *fournisseur* : le parc
- (3) des *réparateurs* : (ateliers et parcs d'évacuation) travaillant
 - soit pour le compte de clients (3^e échelon)
 - soit pour le compte du parc (5^e échelon).

Dans ce dernier cas, le véhicule, évacué par l'unité et hors service pour un délai assez long, est automatiquement remplacé.

b. *Politiques possibles.*

- (1) *Quantités et prestations*; éléments à citer, mais sur lesquels le Commandement a peu d'action, car ces deux facteurs sont étroitement liés à la politique militaire du pays
- (2) *les priorités de fourniture et la valeur du matériel en dotation*, ce qui se traduit par une efficacité ou disponibilité imposée pour un grand commandement
- (3) *le renouvellement* par achat ou échanges
- (4) *les réparations*, limites entre 3^e et 5^e échelons
- (5) *la réforme*.

Tels sont les paramètres essentiels des politiques possibles; voyons à présent comment le modèle imaginé les prend en charge.

DEUXIEME PARTIE

3. Description du modèle.

a. *Caractéristiques essentielles.*

Nous avons réalisé un modèle déterministe progressant par bonds d'ampleur égale. L'état moyen du parc sera périodiquement calculé à des instants t_i , distants de T.

- A chaque t_i , on calculera, pour les N véhicules du parc, leur âge et leur situation;
- Les éléments moteurs d'évolution entre t_i et t_{i+1} seront les prestations et immobilisations imposées aux véhicules.

- Le résultat de l'évolution sera à chaque étape apprécié ou caractérisé par l'efficacité résultante et le coût de l'ensemble.

Je vais à présent passer brièvement en revue chacun de ces facteurs et je m'efforcerai de mettre en évidence comment l'analyse statistique des informations disponibles nous a permis de définir certaines relations de structure et de fixer les valeurs des paramètres.

b. Age.

L'âge d'un matériel peut se définir :

- soit à partir du moment de sa construction; c'est l'âge temps;
- soit par les prestations antérieures, exprimées, suivant les cas, en heures de fonctionnement, kilomètres parcourus, nombre de coups tirés.

Dans le cas de nos véhicules, l'âge temps avait peu d'influence, car la longévité des véhicules militaires est grande et le critère de remplacement est l'usure suite à l'emploi.

Nous n'avons donc retenu que les prestations antérieures. A tout moment, le matériel est représenté par un « vecteur d'état » à n composantes; chacune de ces composantes correspond à un âge possible ou « tranche de vie » du matériel. Ces « tranches de vie » pour des véhicules banalisés ont par exemple une « étendue » de 10.000 km. Ainsi, dans le vecteur $n_{00}^t, n_{01}^t, n_{02}^t, \dots$, n_{00}^t représente le nombre de véhicules dont les prestations totales antérieures à l'instant t étaient comprises entre 0 et 10.000 km, n_{01}^t , ceux entre 10.000 et 20.000 km, etc.

c. Situations.

Les situations possibles du matériel sont liées à l'organisation des Forces Armées. Dans le cadre de la Force Terrestre Belge, les véhicules peuvent se répartir entre neuf situations de base, schématisées à la figure 1.

Trois situations — correspondant aux véhicules en dotation dans les unités des grands commandements — constituent « l'élément moteur » du modèle.

Les autres figurent les stocks, parcs d'évacuation et ateliers de réparation nécessaires au maintien à jour des dotations d'unité.

C'est dans chacune de ces situations que le matériel est représenté par un vecteur d'état à n composantes, que le modèle calcule après chaque bond.

Au cours du temps, le matériel passe suivant son état d'une situation à l'autre.

Examinons le graphe des mutations possibles au cours d'un bond (fig. 2).

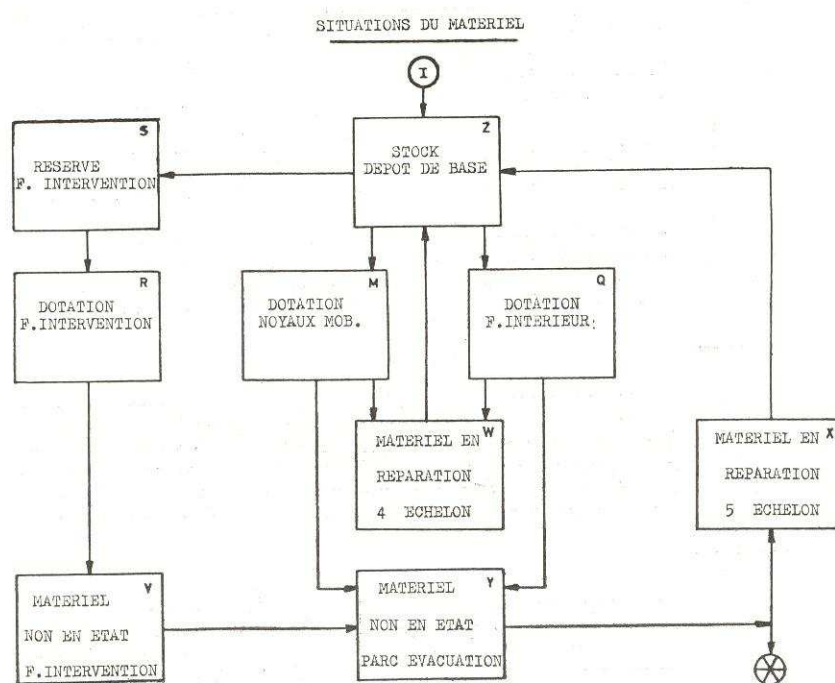


Fig. 1.

On peut y relever :

- un flux d'approvisionnement de véhicules en état, porté par les arêtes ascendantes du schéma;
- un flux d'évacuation de véhicules défectueux, portés par les arêtes descendantes;
- un flux de maintien dans les situations (arêtes horizontales).

Approvisionnements et évacuations peuvent se traduire par de simples « vecteurs d'échange » à n composantes, s'ajoutant ou se retranchant aux « vecteurs d'état ».

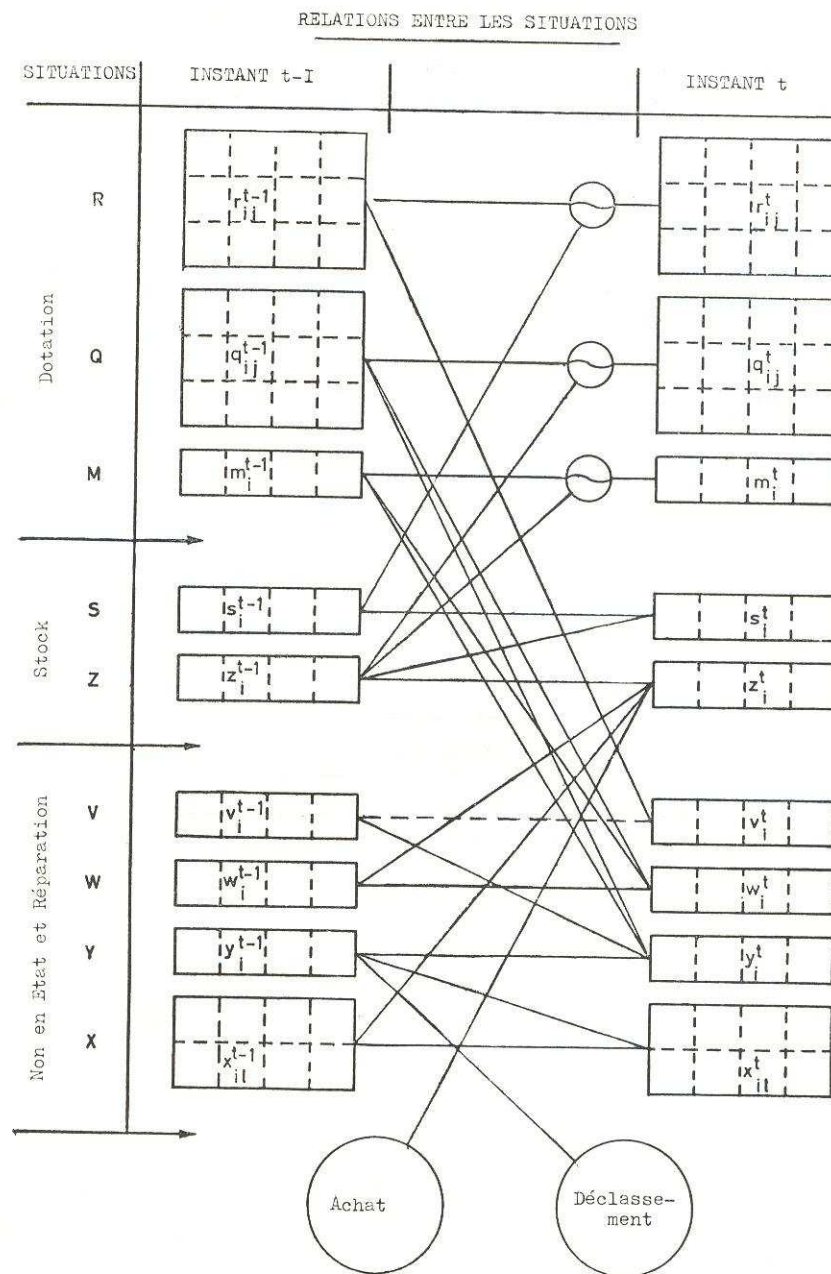


Fig. 2.

Le flux de passage, au contraire, doit tenir compte du « travail » réalisé pendant la période séparant deux instants privilégiés. Il ne suffit plus ici de modifier le vecteur d'état par des vecteurs d'échange, il faut encore lui faire subir une transformation sous l'effet des deux facteurs d'évolution définis plus haut.

C'est ce que met en relief le graphe partiel de la figure 3.

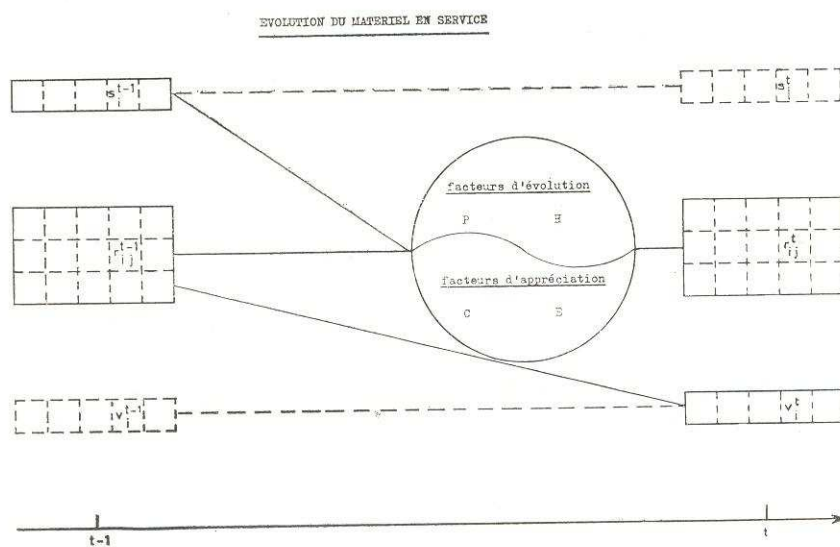


Fig. 3.

Le vecteur d'état — ou plutôt la matrice d'état — nous verrons bientôt le pourquoi de cette représentation — des véhicules en dotation à l'instant t est celui de l'instant $(t-1)$

- diminué d'un vecteur d'échange d'évacuation
- augmenté d'un vecteur d'échange d'approvisionnement, tel que la quantité approvisionnée soit égale à la quantité évacuée, de manière à honorer les dotations prévues
- et transformé par un « processus interne d'évolution », correspondant au travail effectué pendant la période.

Il s'agit à présent, par l'étude des données statistiques relatives aux prestations et immobilisations, de définir le processus interne et la grandeur des vecteurs d'échange.

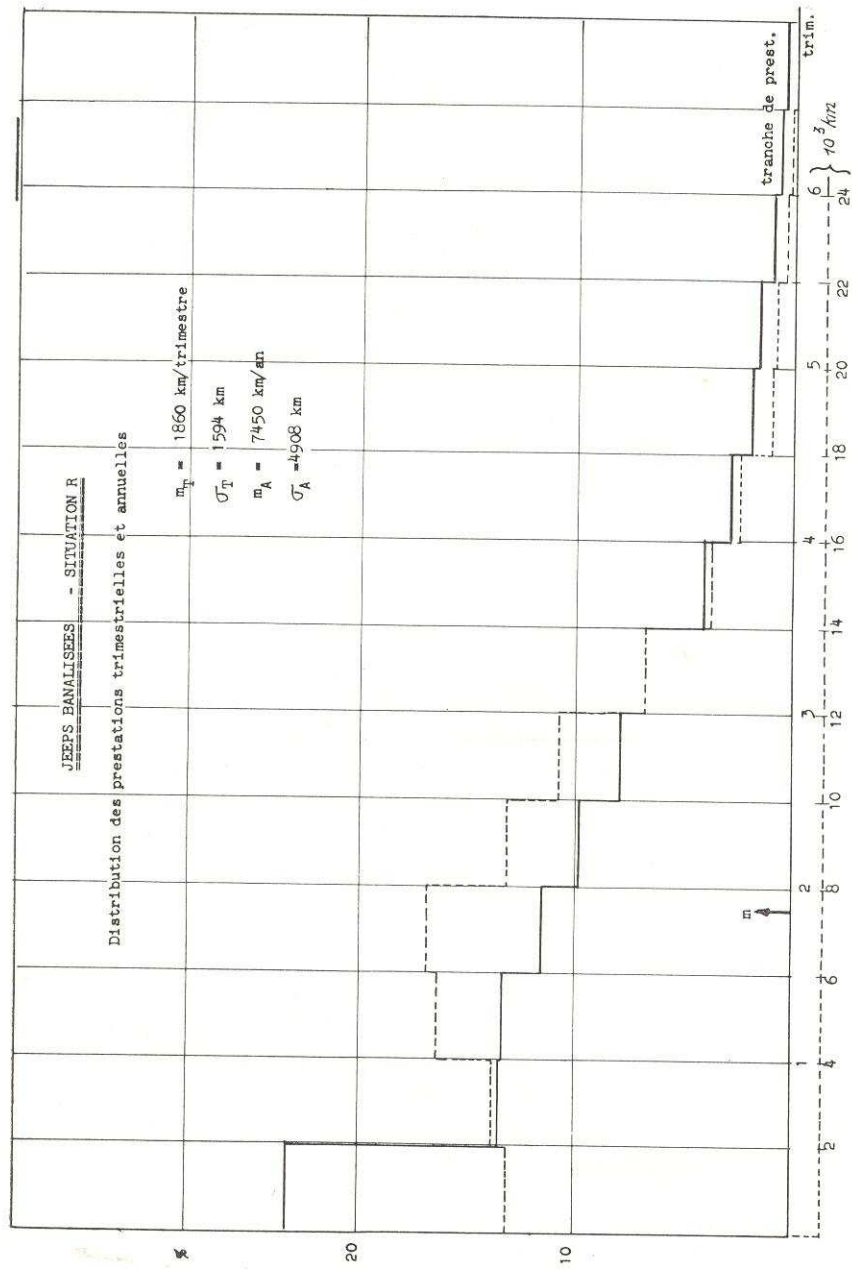


Fig. 4.

d. *Prestations.*

(1) Examinons tout d'abord les prestations imposées aux véhicules des deux grands commandements actifs. Pour les unités de réserve, le problème se posera différemment et sera, par ailleurs, bien plus simple, car les véhicules entreposés dans les noyaux n'accomplissent que des prestations d'entretien ou de rappel assez constantes.

(2) La figure 4 reproduit un histogramme de répartition des prestations des véhicules actifs.

On constate :

- (i) qu'aux variations saisonnières près, cette répartition au cours d'une période reste sensiblement constante;
 - (ii) que, par contre, la répartition des prestations cumulées sur plusieurs périodes (un an au lieu d'un trimestre, dans le cas de la figure) diffère de la précédente.
- (3) Que traduisent physiquement ces deux constatations ?

Tout d'abord, que la place occupée au T.O. par un véhicule correspond à un niveau d'activité bien déterminé; ensuite, que, pour faire face aux immobilisations occasionnelles, les commandants d'unités modifient les affectations des véhicules, suivant les besoins du moment, sans plan préétabli.

(4) Comment le modèle rend-il cette réalité ?

- (i) La constance des répartitions des prestations au cours d'un bond nous conduira pour les véhicules actifs à envisager, outre le groupement en tranche de vie, un *groupement en tranches de prestation*. Dans ces situations, les véhicules se répartiront donc dans les cases d'un tableau rectangulaire — que nous qualifierons « matrice d'état » (fig. 5). Les différentes lignes de cette matrice correspondront à des niveaux de prestation moyens, fixés par les histogrammes.

Il s'ensuivra :

- (aa) que la répartition marginale en T.P. de cette matrice restera constante dans le temps;
 - (bb) qu'il sera aisé de simuler le travail au cours d'une période. Il suffira, dans chaque ligne, de faire passer d'une colonne à l'autre la fraction $p_j = TP_j / TV$ des véhicules de la case indicée (i, j) .
- (ii) Le passage occasionnel d'un véhicule d'une tranche de prestation à l'autre est figuré en multipliant la matrice d'état par une *matrice*

de transition. Cette matrice est une matrice de probabilité dont les éléments sont calculés en fonction de la corrélation relevée entre les prestations de deux périodes consécutives.

L'étude mathématique du processus ainsi défini fait l'objet de la troisième partie de l'exposé. Disons, dès à présent, que l'obtention d'un état permanent n'est pas à craindre, car la matrice d'état qui subit l'opération de multiplication matricielle est constamment modifiée par le glissement différencié et les vecteurs d'échange.

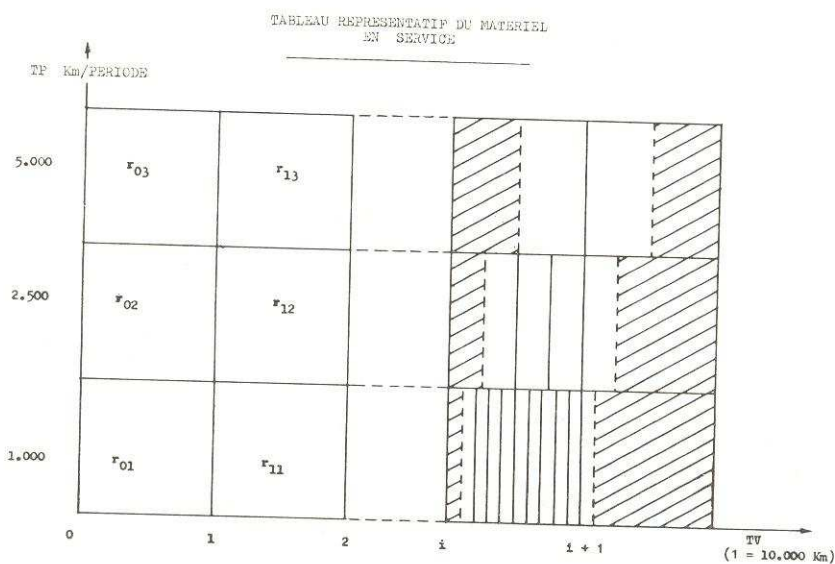


Fig. 5.

e. Immobilisations.

(1) L'étude des prestations fut ainsi la base du processus interne d'évolution. Celle des immobilisations a de son côté permis :

- le calcul des vecteurs d'échange
- l'estimation de l'efficacité ou disponibilité du parc.

(2) Les statistiques ont montré en effet que la fréquence et la durée des immobilisations pouvaient s'exprimer linéairement en fonction de la tranche de vie ou âge *et* de la tranche de prestation.

Les courbes de la figure 6 le prouvent; elles sont relatives aux durées des immobilisations de 2^e et 3^e échelons.

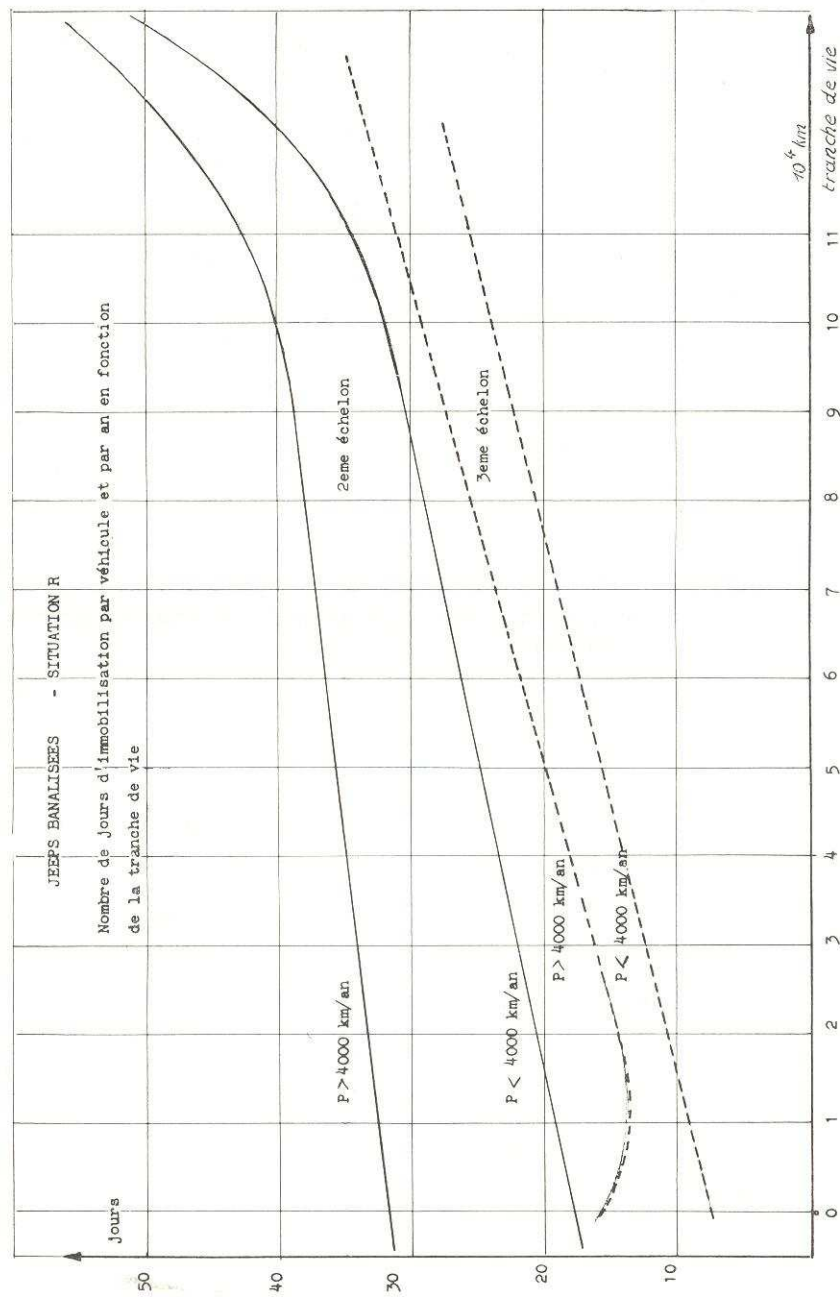


Fig. 6.

(3) Les vecteurs d'évacuation ont été calculés à partir des fréquences d'immobilisations de 5^e échelon. Une matrice des « mises hors service », de mêmes dimensions que la matrice d'état, groupe ces fréquences, calculées pour une période.

La grandeur du vecteur d'évacuation s'obtient par multiplication des éléments correspondants des deux matrices et sommation des résultats pour une même tranche de vie.

(4) Les données relatives aux durées d'immobilisation de 2^e et 3^e échelons ont été utilisées pour le calcul de l'efficacité.

f. Efficacité.

Notre ambition était, en effet, d'établir une notion d'efficacité qui tenait compte des prestations que l'on attendait des véhicules.

Vous vous souviendrez qu'un véhicule envoyé dans un atelier de 2^e ou 3^e échelon n'est pas remplacé; il constitue donc un poids mort pour l'unité et en diminue la valeur opérationnelle.

Si k_{ij} est le nombre moyen des jours d'immobilisation de 2^e et 3^e échelons par période pour un véhicule indicé (i, j) , on peut lui attribuer pour la période une efficacité :

$$e_{ij} = \frac{K - k_{ij}}{K} \quad (K = \text{nombre total de jours dans la période}).$$

Les e_{ij} vont constituer la matrice d'efficacité et l'efficacité du parc sera donnée par :

$$E = \frac{\sum \sum e_{ij} n_{ij}}{N}$$

g. Coût.

Vous conviendrez qu'un raisonnement analogue peut être tenu pour les coûts. L'étude des données relatives aux coûts permettra l'établissement soit de matrices (C_{ij}) donnant les coûts unitaires d'une période, soit de vecteurs coûts pour les opérations d'alimentation, d'évacuation ou de réparation.

h. Description complète du processus interne d'évolution.

Il nous est possible à présent de suivre en détail le processus interne d'évolution des matériels en dotation (ou en service), entre deux instants privilégiés (fig. 7).

Par application des taux de la matrice des mises hors service se détermine le vecteur d'évacuation.

SCHEMA D'EVOLUTION DE MATERIELS EN SERVICE

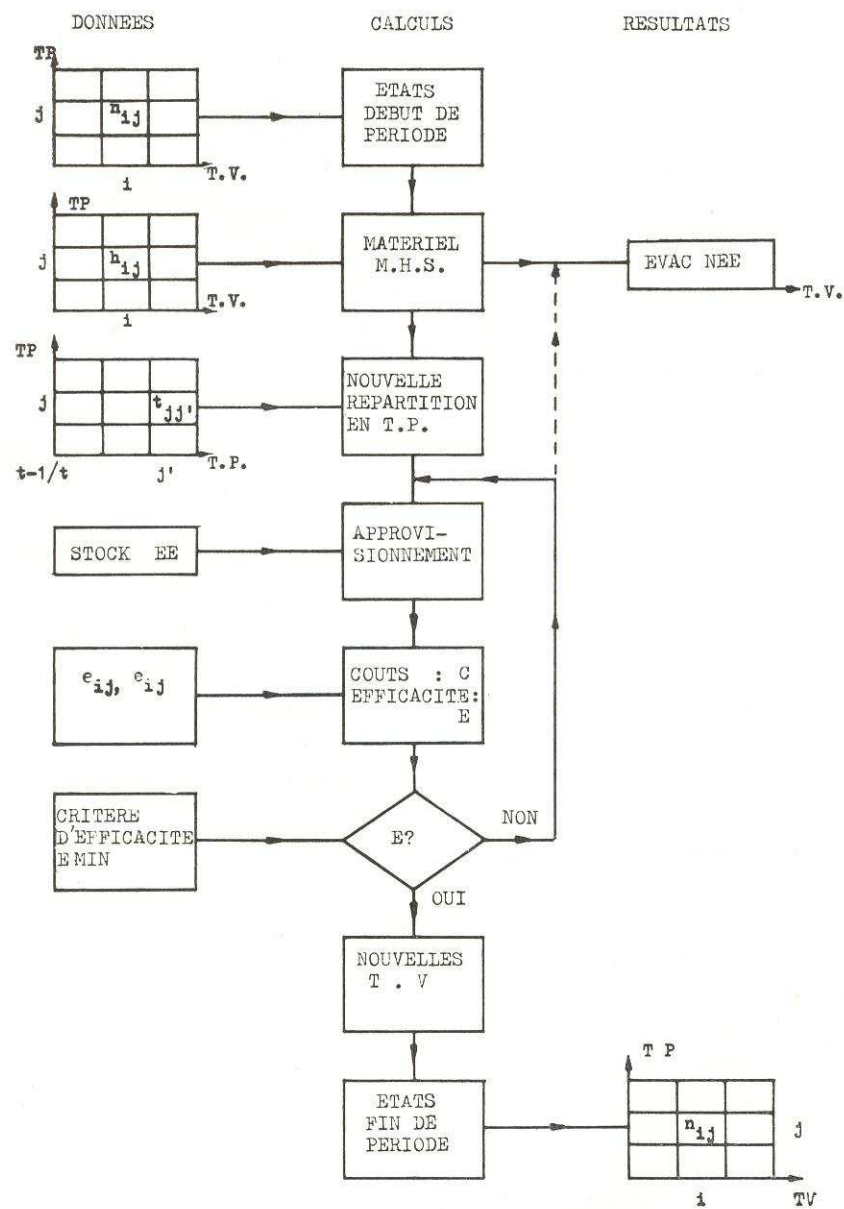


Fig. 7.

L'évacuation faite, la « matrice d'état incomplète » est modifiée par la matrice de transition B. Cette opération donne la nouvelle répartition des véhicules entre les tranches de prestation pour la période considérée.

Les dotations sont ensuite complétées par apport de véhicules en réserve et les matériels livrés sont répartis, suivant leur âge, dans les TP de manière à respecter la répartition marginale prévue des prestations.

Par application des matrices coût et efficacité, les valeurs de ces deux facteurs sont alors calculées; si l'efficacité n'atteint pas le seuil imposé, de nouvelles évacuations ont lieu.

Enfin, on fait subir à la matrice d'état le glissement fractionné vers la droite, pour tenir compte des prestations effectuées pendant la période.

4. Quelques remarques.

a. On peut arrêter en ce point la description du modèle; la détermination des vecteurs d'échange entre situations autres que celles « dotations d'unité » n'offre en effet aucune difficulté. Je signalerai uniquement qu'en ce qui concerne les réparations de 5^e échelon le modèle permet de tester différentes politiques : matériel réparé au fur et à mesure de la mise hors service, ou bien délai d'attente au parc d'évacuation, suite à la capacité limitée de l'atelier ou à la planification des réparations en fonction des besoins futurs.

b. En guise de conclusions, voyons si nous avons atteint nos buts.

(1) L'exemple chiffré de la quatrième partie permettra d'apprécier la sensibilité du modèle d'évolution à différentes politiques. Nous sommes ainsi capables de chiffrer pour le commandement les répercussions, sur la durée de vie des matériels, d'une exigence en efficacité, d'une variation des besoins ou prestations imposés.

(2) Le plan de recueil des informations périodiques a été complété en y incorporant les données relatives d'une part aux délais de réparation de 5^e échelon et d'autre part aux coûts divers. L'étude a ainsi provoqué la mise en service d'un nouveau carnet de réparation pour les véhicules.

(3) Enfin, des études connexes ont été menées, pour notamment mesurer les répercussions d'une modification des critères régissant la détermination des échelons de réparation.

c. Le modèle n'est pas limité aux seuls véhicules.

Il peut s'appliquer à d'autres matériels, mais tous les cas doivent satisfaire aux conditions suivantes :

- grand nombre d'unités, pour qu'un « travail en moyenne » ait une signification;
- possibilité d'une mesure concrète et précise de l'« unité d'œuvre », d'où découle la valeur des informations statistiques.

TROISIEME PARTIE

5. Etude mathématique du processus d'évolution.

a. Expression mathématique.

(1) Dans le processus interne d'évolution décrit au paragraphe 3 b ci-avant, considérons les opérations de détermination de la répartition nouvelle en tranches de prestation et de l'augmentation en âge kilométrique (= vieillissement) des véhicules.

(2) Appelons :

t : la période considérée

$D(t)$: la matrice d'état à la fin de la période t ; c'est aussi l'état initial de la période $t + 1$.

Cette matrice est une matrice $(n + 1, 3)$ dont le terme général est d_{ij} :
 i : indice de colonne variant de 0 à n , et correspondant à $(n + 1)$ tranches de vie d'étendue L ;

j : indice de ligne, variant ici de 1 à 3, et correspondant aux tranches de prestation.

On aura donc
$$\sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^3 d_{ij}(t) = N \text{ pour tout } t,$$

si N est le nombre de véhicules de la situation considérée.

— p_1, p_2, p_3 : les rapports des différentes valeurs moyennes de prestation à l'étendue de la tranche de vie (voir 3.d ci-avant).

Nous fixons $0 \leq p_1, p_2, p_3 \leq 1$ et nous formons la matrice diagonale suivante :

$$P = \begin{bmatrix} p_1 & 0 & 0 \\ 0 & p_2 & 0 \\ 0 & 0 & p_3 \end{bmatrix}$$

— a_1, a_2, a_3 : la répartition marginale en tranches de prestation de l'ensemble des N véhicules pour les rapports p_1, p_2, p_3 définis ci-avant.

Le modèle considère cette répartition comme constante dans le temps (voir 3.d ci-avant).

(a) Nous avons évidemment : $a_1 + a_2 + a_3 = 1$
avec : $0 \leq a_i \leq 1$

(b) Nous considérons la matrice :

$$A = \begin{bmatrix} a_1 & a_1 & a_1 \\ a_2 & a_2 & a_2 \\ a_3 & a_3 & a_3 \end{bmatrix}$$

(c) Au temps 0, la matrice d'état de la situation sera alors :

$$D(0) = N \underbrace{\begin{bmatrix} a_1 & 0 & \dots & 0 \\ a_2 & 0 & \dots & 0 \\ a_3 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix}}_{n+1}$$

(3) La détermination de la répartition en tranches de prestation pour la période t se fera en multipliant à gauche la matrice d'état $D(t-1)$ par la matrice de transition B .

B est une matrice de probabilité 3×3 définie comme suit :

$$B = \rho U + (1 - \rho) A,$$

où U est la matrice unité (3×3)

ρ est un coefficient compris entre 0 et 1

A est la matrice d'éléments a_1, a_2, a_3 définie ci-avant.

(4) Le vieillissement des véhicules est provoqué par une matrice de vieillissement unitaire V .

Cette matrice est une matrice $[(n+1) \times (n+1)]$, dans laquelle tous les éléments sont nuls, sauf ceux de la ligne diagonale juste au-dessus de la diagonale principale qui valent 1.

$$V = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & & 0 \\ 0 & 0 & 1 & & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & & & 0 & 1 \\ 0 & & & & 0 \end{bmatrix}}_{n+1} \Bigg\} n+1$$

(5) Le processus est représenté par l'équation matricielle suivante :

$$D(t) = [U - P] B D(t-1) + P B D(t-1) V$$

(6) On peut alors calculer la « moyenne » et la « variance » de la répartition marginale en âge pour $D(t)$.

On obtient les relations suivantes :

$$m(t) = t \cdot m \cdot L$$

$$\sigma^2(t) = t \cdot m \cdot L (L - m L) + 2 \rho \left[\frac{t}{1 - \rho} - \frac{1 - \rho^t}{(1 - \rho^2)} \right] s^2 L^2$$

où L = étendue de la tranche de vie

$$m = a_1 p_1 + a_2 p_2 + a_3 p_3$$

$$s^2 = a_1 p_1^2 + a_2 p_2^2 + a_3 p_3^2 - m^2.$$

b. Détermination des paramètres.

(1) Les relations qui précèdent montrent que le processus imaginé engendre un vieillissement du parc, fonction notamment :

- du regroupement en trois blocs de l'histogramme des prestations (voir fig. 4)
- des valeurs admises pour ρ et L .

(2) Chaque système de valeurs des a_i , p_i , ρ et L donneront finalement une évolution caractéristique du parc.

Il importe de choisir l'ensemble de ces valeurs pour lequel l'évolution obtenue concorde au mieux avec la réalité observée.

(3) Or, la réalité observée (voir par. 3.d) nous permet de supposer que la prestation imposée à un véhicule est la somme :

- d'une partie constante, corrélée de trimestre en trimestre
- d'une partie aléatoire, due à des perturbations indépendantes entre elles.

Sous ces hypothèses, le vieillissement en âge kilométrique du parc peut être représenté par un modèle probabiliste dont l'étude élémentaire est donnée en annexe et qui conduit à des formes analogues pour la moyenne et la variance pour tout t .

(4) Nous admettrons que les valeurs optimales à donner aux paramètres sont celles qui donnent au vieillissement fourni par le modèle une moyenne et une variance égales à celles engendrées par le processus de l'annexe.

(5) Les valeurs sont alors déterminées par les relations suivantes :

$$m_x = m \cdot L \quad (1)$$

$$\sigma_x^2 = m \cdot L (L - m \cdot L) \quad (2)$$

$$r = \rho \quad (3)$$

$$\sigma_w^2 = \rho^2 \cdot L^2 \quad (4)$$

(a) m_x , σ_x^2 , σ_w^2 et r sont les valeurs fournies par les données statistiques.

(b) (3) donne ρ . C'est le coefficient de corrélation observé.

(c) Par élimination de m entre (1) et (2), on trouve la valeur à adopter pour L , étendue de la tranche de vie.

(d) Si l'on se fixe p_1 , p_2 et p_3 , on peut calculer a_1 , a_2 et a_3 par résolution du système des trois équations linéaires suivantes :

$$m = \frac{m_x}{L} \quad \text{ou} \quad a_1 p_1 + a_2 p_2 + a_3 p_3 = \frac{m_x}{L}$$

$$s_w^2 = s^2 L^2 \quad \text{ou} \quad a_1 p_1^2 + a_2 p_2^2 + a_3 p_3^2 = \frac{\sigma_w^2 + m_x^2}{L^2}$$

$$a_1 + a_2 + a_3 = 1$$

c. Application au cas des jeeps.

(1) Dans le cas des jeeps banalisées, par exemple, les valeurs suivantes ont été observées pour les véhicules des situations R (1500 unités) et Q (900 unités) de la figure 1 :

		Situation R	Situation Q	Unités de mesure
Moyenne semestrielle	m_s	3,72	4,20	10^3 KM
Variance trimestrielle	σ_T^2	2,4	3,1	10^6 KM ²
Variance semestrielle	σ_S^2	7,6	9,4	10^6 KM ²
Variance annuelle	σ_A^2	25	29,9	10^6 KM ²

Au vu de ces chiffres, on remarque qu'il existe certainement une corrélation entre les prestations des périodes successives.

(2) Par application du modèle de l'annexe aux valeurs observées, et en prenant le semestre comme période de base, on obtient les valeurs suivantes :

Symboles	Situation R	Situation Q	Unités de mesure
r	0,76	0,74	—
σ_x^2	7,6	9,4	10^6 KM^2
σ_w^2	6,5	7,5	10^6 KM^2
$\sigma\varepsilon^2$	1,1	1,9	10^6 KM^2

(3) En résolvant, sur la base de ces dernières valeurs, le système d'équation du par. 5.b (5) et en se fixant $p_1 = 0,1$; $p_2 = 0,75$; $p_3 = 1$; on obtient :

	LKM	ρ	a_1	a_2	a_3
Situation Q	6500	0,74	0,37	0,10	0,53
Situation R	6500	0,76	0,39	0,3	0,31

QUATRIEME PARTIE

6. Application du modèle au parc des jeeps.

a. But.

Dans une première application, on désire mettre en évidence les répercussions de différentes politiques *d'emploi* sur l'évolution du parc des jeeps, sans tenir compte ni des politiques de réparations, ni du renouvellement du parc par un matériel nouveau.

b. Simplification.

(1) Coûts :

Les coûts n'ont pas été introduits, car :

- ils ne sont pas encore tous connus (ils le seront mieux dès que les carnets de réparation seront exploités);
- la capacité de l'ordinateur disponible ne permettait pas de les introduire.

(2) Situations :

Le nombre de situations a été réduit à cinq : les situations « Dotation » R, Q et M, une situation « Parc » et une situation « Réparations ».

En effet, compte tenu du but de l'application :

- (a) les stocks du dépôt de base et du dépôt avancé pouvaient être regroupés. La cadence de réapprovisionnement du dépôt avancé est, en effet, bien inférieure à la durée de la période unitaire du modèle (6 mois);
- (b) toutes les situations de matériels non en état ou en réparation pouvaient également être fusionnées, sous la condition d'admettre que les matériels non en état étaient réparés au fur et à mesure de leur mise hors service (délai de réparation : loi exponentielle de moyenne 6 mois).

(3) *Renouvellement* :

Il n'y a pas de renouvellement de matériels. On ne tient pas compte des besoins d'une réserve de guerre et du fait de la réforme de matériel, un déficit s'établira après un certain temps.

(4) *Priorité* :

Un ordre de priorité a été imposé tant en ce qui concerne la quantité que la qualité du matériel approvisionné.

Cet ordre est le suivant : Situation R, situation Q et, en dernier lieu, situation M.

c. *Cas envisagés.*

- (1) Trois politiques ont été simulées.

Elles se différencient par la disponibilité ou efficacité (voir 3.f) du matériel, exigée dans les trois situations de dotation.

Les valeurs minima de E seront :

	Situation R	Situation Q	Situation M
1 ^{re} simulation	0,86	0,83	0,77
2 ^{me} simulation	0,875	0,86	0,86
3 ^{me} simulation	MAX	MAX	—

- (2) L'état du parc au début de la simulation est celui du 1^{er} janvier 1964 (4.920 véhicules en tout).

Les quantités en dotation ont été maintenues constantes et égales aux quantités prévues au 1^{er} janvier 1964

soit 1500 pour la situation R
 700 pour la situation Q
 1780 pour la situation M.

(3) Quand la disponibilité imposée n'est plus atteinte dans la situation M, on fait l'échange avec le stock, si ce dernier existe.

Tableau 2
 APPLICATION AU PARC DE JEEPS
 COMPARAISON DES RESULTATS

	Valeurs des disponibilités exigées suivant le cas		
	0,86/0,83/0,77	0,875/0,86/0,86	Max/Max/—
Dispersion finale en tranches de vie	élevée	moyenne	faible
Echanges totaux pendant l'année 10	très faibles 90	moyens 225	très élevés 430
Quantités en réparation à l'âge 10	260	220	240
Epuisement du stock à	9,3 ans	11,5 ans	12,3 ans
Remplacement futur du parc	étalé	délai de 4 à 5 ans	délai très restreint 2 à 3 ans
<i>Disponibilité</i> — apparciation d'ensemble — maintien des taux 0,875/0,86/0,86 pendant	faible —	moyenne 10,5 ans	très élevée au début 8 ans

(4) Tout matériel atteignant 200.000 km est réformé.

d. *Analyse des résultats.*

(1) *Evolution de l'âge des matériels.*

Les graphiques aux figures 8 donnent la répartition en âge du matériel à différentes époques et pour les trois situations.

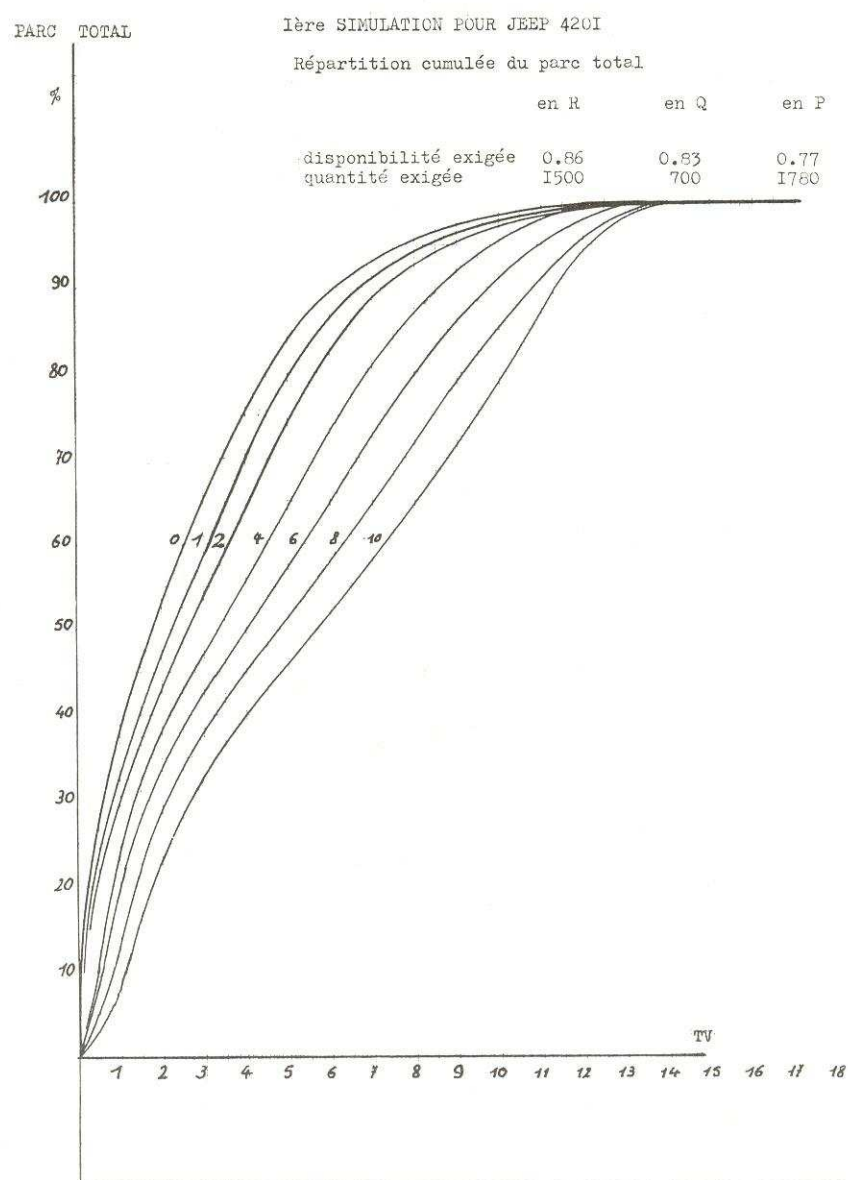


Fig. 8 a.

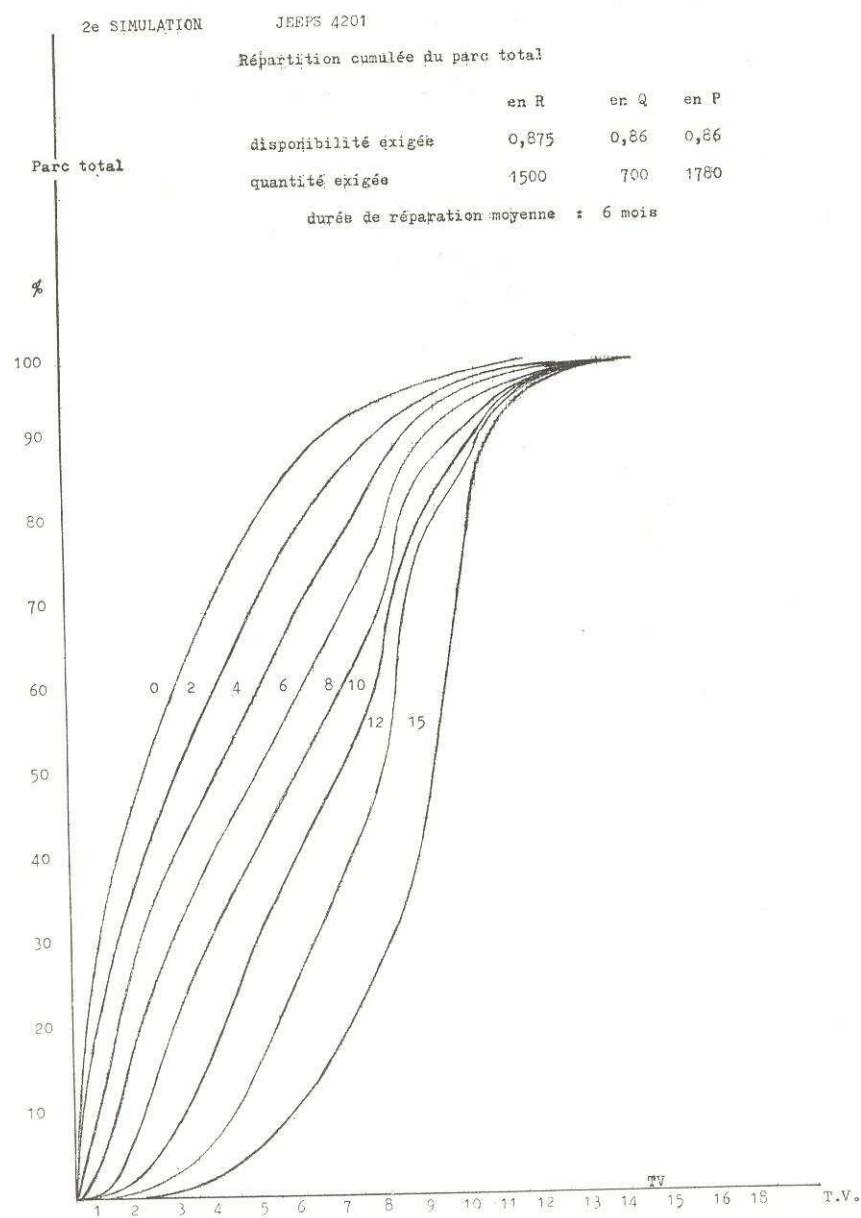


Fig. 8 b.

Les courbes sont numérotées d'après le nombre d'années écoulées depuis le 1^{er} janvier 1964.

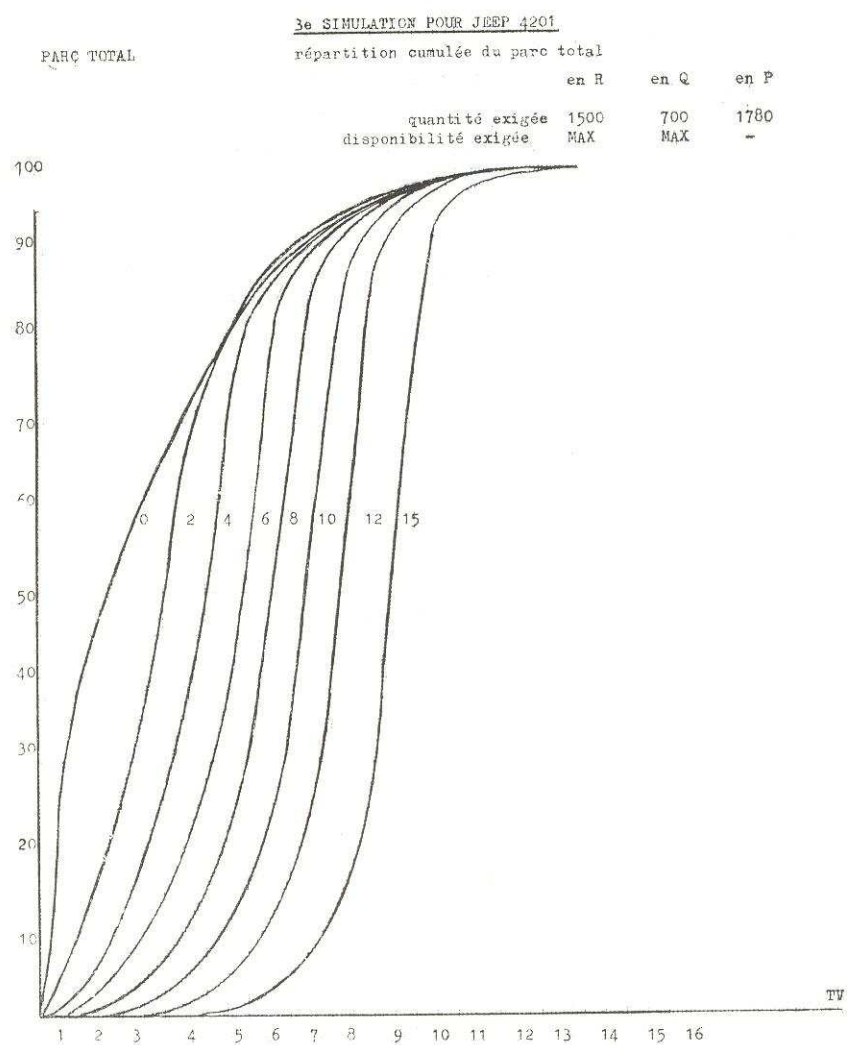


Fig. 8 c.

On remarque la différence des pentes des courbes qui donne une idée de la dispersion des âges :

— grande dispersion pour la 1^{re} simulation

- dispersion moyenne pour la 2^{me} simulation
- faible dispersion pour la 3^{me} simulation.

(2) *Tableau comparatif des résultats* (tableau 2).

Ce tableau reprend les résultats les plus marquants des trois simulations.

(a) *Echanges.*

Quantité de matériels échangés par an entre les forces et les noyaux mobilisateurs.

(b) *Déclassement.*

Quantité de matériels réformés depuis le 1^{er} janvier 1964.

(c) *Réparation.*

Quantité de matériels en réparation après dix ans.

(d) *Stock nul.*

L'instant auquel on peut s'attendre à n'avoir plus de matériels en état au stock.

(e) *Disponibilité.*

- Evaluation de la disponibilité de matériel au sein des forces.
- Durée pendant laquelle la disponibilité 0,875; 0,86; 0,86 peut être maintenue.

(f) *Remplacement.*

Evaluation de la durée *minimum* de remplacement du parc de jeeps par un parc *neuf*.

7. Conclusions de l'application du modèle au parc des jeeps.

Les trois simulations englobent un éventail assez large de politiques concernant l'emploi des jeeps et leurs rotations intercommandement.

a. *La première politique* n'assure qu'une faible disponibilité du matériel. De plus, du fait de l'emploi prolongé de matériels âgés, la décroissance du parc total est la plus forte. Cette politique d'emploi peut être envisagée sous deux conditions :

- (i) une disponibilité moyenne aussi basse du matériel en *service* suffit au commandement;
- (ii) le remplacement futur du matériel peut se faire d'une façon presque continue.

Analysons de plus près cette seconde condition. Après neuf ans, on décide d'acheter annuellement une certaine quantité de jeeps et ceci pendant une période très longue qui couvre environ la durée de vie du matériel. C'est une politique d'achat continu.

A première vue, ce système a des avantages budgétaires et opérationnels. En effet, chaque année il y aura une imputation peu variable au budget pour l'achat de ces jeeps et l'on parviendra facilement à assurer la disponibilité exigée du matériel dans chaque situation, d'une façon constante. Cette politique permet d'éviter des bonds importants tant dans le budget que dans le niveau opérationnel, sans beaucoup d'effort de planification.

Il existe pourtant des inconvénients, le principal étant que le hasard de résultats d'adjudications annuelles peut éventuellement engendrer une hétérogénéité dans la composition du parc.

b. *La deuxième politique* a pour résultat élégant que le moment où le stock s'annule suit de peu le moment où les exigences supposées du commandement ne peuvent plus être respectées.

Comme on ne peut prendre le risque de se retrouver sans stock, on voit que les premiers matériels de remplacement doivent être livrés à dix ans.

Ce remplacement s'effectuera pendant une période de quatre à cinq ans. Les unités seront dotées de ce matériel nouveau dans l'ordre de leur importance opérationnelle. La réforme définitive du matériel ancien pourrait être effectuée cinq ans après le premier achat de matériel nouveau. On aura toutefois soin de laisser en service, dans des unités ayant des prestations importantes en kilomètres mais banales du point de vue opérationnel, les matériels du type ancien mais encore jeunes en tranches de vie.

Soit un schéma de remplacement :

- d'abord certaines unités de grande importance opérationnelle;
- puis les noyaux mobilisateurs pour permettre de reformer les matériels âgés;
- enfin les dernières unités à forte utilisation;
- et simultanément la remise au niveau haut du stock.

La planification devant intervenir dans ce processus sera importante. L'à-coup budgétaire pour l'achat des jeeps le sera également. L'influence de cet à-coup peut être limitée par une planification du renouvellement de tout le matériel en faisant se succéder des « années grasses » en jeeps et en camions, par exemple, par des années de renouvellement d'avions ou d'engins balis-

tiques. Il faut donc faire des prévisions d'imputation budgétaire à moyen terme pour essayer d'égaliser l'ensemble des dépenses extraordinaires.

La valeur opérationnelle et la quantité totale de matériels dans l'ensemble du parc des matériels d'un certain type varieront au cours de la vie du parc.

c. *La troisième politique* conduit à une solution extrême. On désire doter dès maintenant les unités d'active du meilleur matériel disponible. Ceci a pour résultat qu'après huit ans la disponibilité du matériel au sein de celles-ci passe en dessous de la limite admise dans la deuxième simulation, là où cette même limite était respectée jusqu'à dix ans et demi.

Par contre, il y a un léger avantage en ce qui concerne la décroissance du parc.

Si l'on décide de ne pas s'alarmer de ce manque de disponibilité en fin de vie, on peut encore attendre quatre ans avant de renouveler le matériel, mais alors sur une période très courte (deux-trois ans).

Les directives concernant les échanges de matériels seront très strictes et on verra passer une même jeep successivement et assez fréquemment des noyaux mobilisateurs aux forces d'active et vice versa, d'où un grand effort administratif à fournir et de grandes quantités de matériels échangés.

Quelle que soit la politique de renouvellement adoptée dans ce cas, les remarques concernant le budget, faites pour la deuxième simulation, restent valables et seront encore amplifiées.

d. *En conclusion*, les politiques d'emploi définies ci-dessus conduisent à des politiques économiques de renouvellement du matériel. Ces politiques de renouvellement sont, nous allons le voir, liées à la durée d'utilisation du matériel :

- (1) s'il s'agit d'un matériel peu sensible au progrès technologique — c'est-à-dire dont on prévoit l'emploi pour un délai assez long — la politique 1 est à suivre :
 - elle permet une planification simple des dépenses de renouvellement et les maintient à un niveau sensiblement constant
 - elle engendre un minimum d'échanges, c'est-à-dire de mouvements administratifs
 - à la longue, elle maintiendra à un niveau constant la disponibilité globale du parc;
- (2) s'il s'agit au contraire d'un matériel sujet au vieillissement — dont la durée d'utilisation est limitée — la politique 3 est préférable.

Elle a rendu le service le meilleur sur un temps très court — ici jusqu'à huit ans — tout en vieillissant le parc d'une façon harmonieuse.

Ou exprimé autrement : si l'on est décidé à remplacer le parc dans huit ans ou moins, il faut employer la politique 3.

- (3) si l'on est disposé à remplacer le parc le plus tard possible, sans trop s'en faire de la valeur opérationnelle du matériel pendant les dernières années d'emploi, c'est encore la politique 3 qui doit être choisie. En effet, ce n'est qu'à partir de l'an 12 qu'il y a un déficit;
- (4) par contre, si l'on a pour objectif de remplacer le parc le plus tard possible, mais si l'on veut éviter, dans les dernières années, une valeur opérationnelle trop basse, c'est à la politique 2 qu'on aura recours. Dans ce cas, le remplacement s'effectue sur une période plus étendue et les mutations seront moins nombreuses que pour la politique 3.

ANNEXE

ETABLISSEMENT D'UN MODELE PROBABILISTE DES PRESTATIONS

1. Soit X_i la variable aléatoire représentant la prestation des véhicules pendant la i ème période.
 Z la variable aléatoire représentant la prestation des véhicules pendant t périodes consécutives.

On admet que les X_i suivent une même loi pour tout i , de densité de probabilité $f(x)$.

On peut écrire
$$Z = \sum_{i=1}^t X_i.$$

2. Posons $X_i = W_i + \varepsilon_i$

où — W_i et ε_i sont des variables aléatoires indépendantes

- ε_i est la variation de prestation due à des causes propres à la i ème période uniquement (immobilisation, prestations exceptionnelles); les ε_i et ε_j sont donc supposées indépendantes

- W_i est la partie permanente des prestations, c'est-à-dire corrélée de trimestre en trimestre, correspondant à la mission propre du véhicule

avec $E(\varepsilon_i) = 0$ (E = espérance mathématique)

$E(W_i) = E(X_i)$ (moyenne des prestations trimestrielles).

3. Supposons que les prestations constituent un processus markovien, c'est-à-dire que la prestation d'une période ne dépend en probabilité *que* de la prestation de la période précédente.

On peut alors écrire :

$$W_i = r W_{i-1} + W_i'$$

où W_i' est une séquence de variables indépendantes

r est le coefficient de corrélation entre W_{i-1} et W_i .

De plus, il faut que la distribution des prestations soit constante quelle que soit la période considérée :

$$m_x = E(W_i) = r E(W_{i-1}) + E(W_i')$$

$$\text{et donc } E(W_i') = (1 - r) m_x$$

$$\sigma^2(W_i) = r^2 \sigma^2(W_{i-1}) + \sigma^2(W_i') = \sigma^2_w$$

$$\text{et donc } \sigma^2(W_i') = (1 - r^2) \sigma^2_w$$

et

$$\begin{aligned} E[W_i(W_{i-1} - m_x)] &= r E[(W_{i-1} - m_x) W_{i-1}] + E[(W_{i-1} - m_x) W_i'] \\ &= r \sigma^2_w + 0 \end{aligned}$$

où la covariance de $(W_i, W_{i-1}) = r \sigma^2_w$

$$\text{covar}(W_i, W_{i-1}) = r \sigma^2_w$$

4. Puisque l'on a posé $Z = \sum_{i=1}^t X_i$, on a :

$$E(Z) = t m_x$$

$$\sigma^2_Z = t \sigma^2_w + 2 \sum_{j=1}^{t-1} (t-j) r^j \sigma^2_w + t \sigma^2_\varepsilon$$

$$= \sigma^2_w \frac{t(1-r^2) - 2r(1-r^t)}{(1-r^2)} + t \sigma^2_\varepsilon$$

$$\sigma^2_Z = t \sigma^2_x + 2r \left[\frac{t}{1-r} - \frac{1-r^t}{(1-r)^2} \right] \sigma^2_w$$

$$\text{car } \sigma^2_x = \sigma^2_w + \sigma^2_\varepsilon$$

LE CONTROLE DE LA PRODUCTION DANS L'INDUSTRIE DES PANNEAUX DE PARTICULES

par M. ROUBENS
Université libre de Bruxelles

1. Introduction.

Les panneaux considérés sont constitués de bois provenant de l'éclaircissage de forêts, de chutes d'une usine de placage ou d'une scierie, découpés en particules. Ces particules sont passées au séchoir, entourées de résine et pressées. Les caractéristiques mesurées dans le laboratoire de contrôle sont en ordre principal : la densité, le gonflement, l'épaisseur, la traction, la flexion, le pouvoir de retenue des vis.

Durant une période préparatoire, dite de « précontrôle », 32 panneaux sont extraits de la production.

Pour chaque caractéristique et chaque panneau, la moyenne et l'amplitude de 5 mesures sont enregistrées séparément sur une carte du type Shewhart [4]. Ces mesures constituent l'échantillon de base et servent au calcul des paramètres de tendance centrale et de dispersion (intra et inter-panneaux), qui permettent d'établir les limites de contrôle, utilisées dans la seconde période, dite de contrôle.

La matière première très hétérogène — souvent une vingtaine d'essences — et la complexité de l'usinage rendent les mesures particulièrement vulnérables aux variations entre panneaux.

Il faut dès lors apporter un grand soin au contrôle préalable du caractère aléatoire et de l'absence de « trend » ou de variation de l'échantillon de base. De plus, le calcul des limites de contrôle sera refait après une période de contrôle s'étendant sur 32 panneaux, leurs mesures servant de nouvel échantillon de base.

2. Contrôle du caractère aléatoire de l'échantillon de base.

Considérons les 32 moyennes de l'échantillon de base. Classons ces observations en deux groupes, le premier constitué des valeurs supérieures à la médiane, le second, des valeurs inférieures. Les valeurs, éventuellement confondues avec la médiane, sont écartées.

Un chapelet positif (négatif) d'ordre k est une suite de k valeurs supérieures (inférieures) à la médiane.

Nous rejetons l'hypothèse d'échantillonnage aléatoire, au niveau 0,05, si l'une des éventualités suivantes se produit [3] (les valeurs sont supposées distinctes de la médiane) :

- a) le nombre total de chapelets positifs et négatifs, de tous ordres, est inférieur à 12 ou supérieur à 23;
- b) il existe au moins un chapelet d'ordre supérieur ou égal à 8;
- c) il existe au moins un chapelet positif et un chapelet négatif d'ordre supérieur à 6.

Prenons trois exemples.

Le premier est relatif au pouvoir de retenue des vis.

Les 32 moyennes, exprimées en kg, sont :

83, 103, 107, 91, 109, 112, 88, 106, 73, 99, 91, 102, 84, 89, 111, 84, 96, 90, 109, 104, 116, 92, 109, 115, 107, 99, 97, 112, 113, 71, 99, 100.

La médiane vaut 99,5.

Le nombre total de chapelets est 18.

Il n'existe aucun chapelet d'ordre supérieur ou égal à 6.

L'hypothèse d'échantillonnage au hasard n'est pas infirmée.

Le deuxième est relatif à l'épaisseur des panneaux.

Les moyennes, exprimées en mm, sont :

19,13; 19,53; 19,36; 19,22; 19,87; 19,46; 19,01; 19,20; 19,30; 19,44;
19,53; 19,56; 19,62; 19,81; 20,51; 19,02; 19,30; 19,53; 19,67; 20,11;
20,77; 19,27; 19,58; 20,13; 19,96; 19,48; 19,96; 19,32; 19,47; 19,50;
19,31; 19,40.

La médiane vaut 19,49.

Le nombre total de chapelets est 15.

Il n'existe aucun chapelet d'ordre supérieur ou égal à 6.

L'hypothèse d'échantillonnage au hasard n'est pas infirmée.

Dans le troisième exemple, nous considérons les densités des panneaux.

Les moyennes, exprimées en kg par m³, sont :

591, 612, 607, 623, 612, 615, 609, 619, 595, 618, 620, 610, 604, 631,
649, 634, 637, 648, 644, 647, 615, 632, 640, 647, 634, 645, 656, 610,
639, 596, 642, 595.

La médiane vaut 621,5.

Le nombre total de chapelets est 11.

Il existe un chapelet d'ordre 9.

Il existe deux chapelets positifs d'ordre supérieur ou égal à 6 et un chapelet négatif d'ordre supérieur ou égal à 6.

Les trois tests, par ailleurs dépendants, entraînent le rejet de l'hypothèse d'échantillonnage aléatoire, au niveau 0,05.

Ce rejet fut expliqué par l'existence de silos de provenances différentes. Les 14 premiers panneaux avaient été fabriqués à l'aide de copeaux extraits d'un premier silo. Les panneaux suivants étaient constitués de copeaux provenant d'un second silo.

L'hétérogénéité de la matière première a, pour certaines variables, une influence significative. Dans le dernier cas cité, elle a créé un accroissement de la densité moyenne.

3. Contrôle de l'absence de « trend » ou de variation cyclique dans l'échantillon de base.

Considérons la suite formée par les signes des pentes des segments joignant les points représentant les valeurs de l'échantillon de base.

Un chapelet de pentes positives (négatives) d'ordre k est une suite de k signes positifs (négatifs).

Nous rejetons l'hypothèse d'absence de tendance ou de variation cyclique, au niveau 0,05, si l'une des éventualités suivantes se produit (en faisant abstraction de la possibilité d'avoir une pente nulle) :

- a) le nombre total de chapelets de pentes positives ou négatives, de tous ordres, est inférieur à 17 ou supérieur à 25;
- b) il existe au moins un chapelet de pentes d'ordre supérieur ou égal à 6.

Reprenons les trois exemples cités plus haut.

Dans les exemples 1 et 3, le nombre total de chapelets de pentes est respectivement égal à 23 et 24 et il n'existe aucun chapelet de pentes d'ordre supérieur ou égal à 6. L'hypothèse d'absence de « trend » ou de cycle n'est pas rejetée.

Dans l'exemple 2, le nombre total de chapelets de pentes vaut 15. De plus, il existe un chapelet de pentes d'ordre 8. L'hypothèse d'absence de « trend » ou de cycle est rejetée, au niveau 0,05. Un réglage grossier de la ponceuse était à l'origine des cycles apparaissant dans l'exemple 2.

4. Etude des variabilités.

Appelons y_{ij} les mesures effectuées sur les éprouvettes extraites des différents panneaux de l'échantillon de base; $i = 1, \dots, 32$, $j = 1, \dots, 5$.

Nous admettons que la variabilité des mesures y_{ij} provient de deux sources stochastiquement indépendantes : $y_{ij} = m + \alpha_i + \varepsilon_{ij}$, où m est une constante et où α_i — pour tout i — et ε_{ij} — pour tout i et tout j — sont des variables aléatoires unidimensionnelles, indépendantes, supposées gaussiennes de moyenne nulle. L'hypothèse de normalité peut être aisément confirmée par le test de Kolmogorov-Smirnov.

De façon brève, $\alpha_i : N(0, \sigma_A)$, $\varepsilon_{ij} : N(0, \sigma_E)$.

Si $\bar{y}_{i.}$ est la moyenne des cinq mesures effectuées pour le panneau i , nous obtenons, par les hypothèses faites :

$$\bar{y}_{i.} = N(0, \sigma_P), \text{ où } \sigma_P^2 = \sigma_A^2 + (1/5) \sigma_E^2.$$

L'analyse de la variance permet d'estimer les quatre paramètres inconnus : la moyenne générale m , σ_P^2 , la variance intra-panneaux σ_E^2 , la variance inter-panneaux σ_A^2 ainsi que les coefficients de variation $V_E = 100 (\sigma_E/m)$ et $V_P = 100 (\sigma_P/m)$ (en %).

$$\text{Nous avons } \hat{m} = \frac{1}{32} \sum_{i=1}^{32} \bar{y}_{i.} = \bar{y}_{..},$$

$$\hat{\sigma}_E^2 = \frac{1}{128} \sum_{i=1}^{32} \sum_{j=1}^5 (y_{ij} - \bar{y}_{i.})^2 = \frac{1}{32} \sum_{i=1}^{32} s_i^2,$$

$$\hat{\sigma}_P^2 = \frac{1}{31} \sum_{i=1}^{32} (\bar{y}_{i.} - \bar{y}_{..})^2,$$

$$\hat{\sigma}_A^2 = \hat{\sigma}_P^2 - \frac{1}{5} \hat{\sigma}_E^2,$$

$$\hat{V}_P = 100 \frac{\sqrt{\hat{\sigma}_P^2}}{\hat{m}},$$

$$\hat{V}_E = 100 \frac{\sqrt{\hat{\sigma}_E^2}}{\hat{m}}.$$

Les estimateurs des coefficients de variation sont très légèrement biaisés.

Considérons l'exemple 1. Nous obtenons les estimations suivantes :

$$\hat{m} = 98,78, \quad \hat{\sigma}_E^2 = 129,30, \quad \hat{\sigma}_P^2 = 142,17, \quad \hat{\sigma}_A^2 = 116,31,$$

$$\hat{V}_P = 12,07 \%, \quad \hat{V}_E = 11,51 \%.$$

La recherche des estimateurs de σ_E^2 et σ_P^2 , par la méthode des moindres carrés, donne lieu à des calculs assez longs et exige — pour $\hat{\sigma}_E^2$ — l'intervention des valeurs individuelles y_{ij} .

Nous proposons une seconde méthode [2], plus rapide et qui ne nécessite que la connaissance des moyennes $\bar{y}_i$, et des amplitudes des cinq mesures faites pour chaque panneau, r_i , valeurs qui sont enregistrées sur la carte. Cette méthode entraîne une réduction de l'efficacité d'environ 10 %.

Divisons les 32 observations de l'échantillon de base, en quatre groupes de huit mesures, à l'aide d'une table de nombres aléatoires [1].

Calculons les amplitudes dans les quatre groupes ainsi que leur moyenne, $\bar{R}$.

Des estimateurs sans biais de σ_P , σ_E , V_P , V_E sont respectivement fournis par :

$$\hat{\sigma}_P = 0,3512 \bar{R}, \quad \hat{\sigma}_E = 0,4299 \bar{r}, \quad (\bar{r} = \frac{1}{32} \sum_{i=1}^{32} r_i),$$

$$\hat{V}_P = 100 (\hat{\sigma}_P / \bar{m}), \quad \hat{V}_E = 100 (\hat{\sigma}_E / \bar{m}).$$

Reprenons l'exemple 1. A l'aide de la table des nombres aléatoires, nous avons obtenu les quatre groupes suivants :

$$G_1 = \{ 92, 91, 99, 113, 84, 91, 106, 111 \}; R_1 = 29,$$

$$G_2 = \{ 104, 115, 84, 73, 112, 116, 102, 88 \}; R_2 = 43,$$

$$G_3 = \{ 107, 109, 96, 89, 109, 103, 90, 100 \}; R_3 = 20,$$

$$G_4 = \{ 83, 99, 107, 99, 71, 112, 109, 97 \}; R_4 = 41.$$

$$\bar{R} = 33,25; \quad \hat{\sigma}_P = 11,68; \quad (\hat{\sigma}_P)^2 = 136,42; \quad \hat{V}_P = \frac{1168}{98,78} = 11,82 \%$$

Les amplitudes correspondant aux 32 moyennes sont :

$$22, 32, 50, 34, 25, 30, 29, 14, 15, 32, 34, 17, 21, 8, 23, 30,$$

$$10, 16, 24, 28, 32, 22, 29, 25, 39, 25, 34, 21, 32, 18, 40, 36.$$

$$\bar{r} = 26,10; \quad \hat{\sigma}_E = 11,22; \quad (\hat{\sigma}_E)^2 = 125,89; \quad \hat{V}_E = \frac{1122}{98,78} = 11,36 \%$$

5. Contrôle de la production.

Après vérification de l'absence de « trend » ou de variation cyclique et du caractère aléatoire de l'échantillon, celui-ci sert de base à la constitution de la carte de contrôle.

Nous entrons dans la période de contrôle : chaque panneau extrait de la production est éventuellement rejeté tant pour un écart trop grand à la moyenne m que pour une variabilité interne trop importante.

La probabilité de trouver la valeur moyenne d'un panneau dans l'intervalle $(m - 3,09 \sigma_P; m + 3,09 \sigma_P)$ est 0,998.

La probabilité de trouver l'amplitude des mesures des éprouvettes dans l'intervalle $(0,37 \sigma_E; 5,48 \sigma_E)$ est 0,998.

Les limites de contrôle pour les moyennes, $\bar{y}_{i.}$, et les amplitudes, r_i , basées sur un échantillon préalable, sont respectivement :

$$(\bar{y}_{..} - 3,09 \hat{\sigma}_P; \bar{y}_{..} + 3,09 \hat{\sigma}_P) \\ (0,37 \hat{\sigma}_E; 5,48 \hat{\sigma}_E).$$

Les limites de contrôle pour les moyennes, $\bar{y}_{i.}$, et les variances, s_i^2 , basées sur un échantillon préalable, sont :

$$(\bar{y}_{..} - 3,09 \hat{\sigma}_P; \bar{y}_{..} + 3,09 \hat{\sigma}_P) \\ (0,02 \hat{\sigma}_E^2; 4,62 \hat{\sigma}_E^2).$$

Dans le cas de l'exemple 1, ces limites sont :

$$(98,78 - 36,09; 98,78 + 36,09) \text{ ou } (62,69; 134,87) \\ (0,37 \cdot 11,22; 5,48 \cdot 11,22) \text{ ou } (4,15; 61,49) \\ (0,02 \cdot 129,30; 4,62 \cdot 129,30) \text{ ou } (2,59; 597,37).$$

6. Amélioration de la production.

L'étude des causes ayant entraîné le rejet des panneaux se trouvant en dehors des limites de contrôle, réduit à longue échéance la variabilité inter et intra-panneaux. Pour des raisons économiques — par exemple, pour bénéficier d'un « label de qualité » — les producteurs peuvent désirer réduire plus rapidement la variabilité de leur produit ou rendre la production homogène. Considérons la seconde éventualité. Une des manières d'atteindre ce but consiste à tracer des « limites d'inspection » sur la carte de contrôle. Tous les panneaux se trouvant en dehors de ces limites sont enregistrés et l'étude de ces panneaux permet au producteur de déceler les causes d'hétérogénéité. Le resserrement des limites d'inspection autour de la valeur centrale est limité par deux contraintes, l'une naturelle, l'autre matérielle. En effet, d'une part, le but poursuivi est d'améliorer la production en homogénéisant celle-ci et il est dès lors inutile de descendre sous des limites permettant d'accepter l'hypothèse d'homogénéité de la production; d'autre part, l'ins-

pection de panneaux de plus en plus nombreux entraîne *ipso facto* l'accroissement des dépenses du laboratoire d'étude.

Supposons la production sous contrôle et considérons la carte $(\bar{y}_i, s_i^2)$. Soit $(\bar{y}_{..} - 3,09 \hat{k}_L \hat{\sigma}_P, \bar{y}_{..} + 3,09 \hat{k}_L \hat{\sigma}_P)$, les limites imposées par le label.

L'hypothèse d'homogénéité inter-panneaux transforme les limites

$$(\bar{y}_{..} - 3,09 \hat{\sigma}_P, \bar{y}_{..} + 3,09 \hat{\sigma}_P)$$

en les limites d'inspection d'homogénéité

$$(\bar{y}_{..} - 3,09 \hat{k}_H \hat{\sigma}_P, \bar{y}_{..} + 3,09 \hat{k}_H \hat{\sigma}_P),$$

où $\hat{k}_H^2 \hat{\sigma}_P^2 = (1/5) \hat{\sigma}_E^2$.

Supposons encore que $\hat{k}_H < \hat{k}_L$ et $\hat{k}_L < 1$.

Soient

- C , le coût entraîné par l'étude d'un panneau se trouvant en dehors des limites d'inspection;
- $\bar{C}_C$, le coût moyen d'inspection — pour une période s'étendant sur 32 panneaux contrôlés — dû aux limites de contrôle;
- $\bar{C}_L$, le coût moyen d'inspection dû aux limites imposées par le label;
- $\bar{C}_H$, le coût moyen d'inspection correspondant à $\hat{k}_H$;
- $\bar{C}_M$, le coût moyen maximum permis pour cette étude.

Calculons $\bar{C}_C/C$, $\bar{C}_L/C$, $\bar{C}_H/C$.

$\bar{C}_C/C = 32$. Probabilité d'une inspection d'un panneau sortant des limites de contrôle.

Un panneau est inspecté si $|\bar{y}_i - \bar{y}_{..}| > 3,09 \hat{\sigma}_P$ ou si s_i^2 est inférieur à $0,02 \hat{\sigma}_E^2$ ou supérieur à $4,62 \hat{\sigma}_E^2$.

$$\bar{C}_C/C = 32 [0,002 + 0,002 - (0,002)^2] = 0,128$$

$\bar{C}_L/C = 32$. Probabilité d'une inspection d'un panneau sortant des limites imposées par le label.

Un panneau est inspecté si $|\bar{y}_i - \bar{y}_{..}| > 3,09 \hat{k}_L \hat{\sigma}_P$ ou si s_i^2 est inférieur à $0,02 \hat{\sigma}_E^2$ ou supérieur à $4,62 \hat{\sigma}_E^2$.

Soit $\phi(\alpha)$ la fonction de répartition de la variable normale réduite.

$$\begin{aligned}\bar{C}_L/C &= 32 \{2 [1 - \phi(3,09 k_L)] + 0,002 - 0,004 [1 - \phi(3,09 k_L)]\} \\ &= \{1,996 [1 - \phi(3,09 k_L)] + 0,002\}.\end{aligned}$$

$\bar{C}_H/C = 32$. Probabilité d'une inspection d'un panneau sortant des limites d'inspection d'homogénéité.

$$\bar{C}_H/C = 32 \{1,996 [1 - \phi(3,09 k_H)] + 0,002\}.$$

Au coût maximum $\bar{C}_M$ correspond k_M , tel que

$$\bar{C}_M/C = 32 \{1,996 [1 - \phi(3,09 k_M)] + 0,002\}.$$

Si $k_M < k_H$ (cette inégalité entraîne $\bar{C}_M > \bar{C}_H$), il est possible d'étudier les causes d'hétérogénéité et les limites d'inspection

$$(\bar{y}_{..} - 3,09 k_H \hat{\sigma}_P, \bar{y}_{..} + 3,09 k_H \hat{\sigma}_P)$$

sont tracées sur la carte.

Si $k_L > k_M > k_H$ (cette double inégalité entraîne $\bar{C}_L < \bar{C}_M < \bar{C}_H$), le coût entraîné par l'étude des causes d'hétérogénéité est trop grand et les limites d'inspection

$$(\bar{y}_{..} - 3,09 k_L \hat{\sigma}_P, \bar{y}_{..} + 3,09 k_L \hat{\sigma}_P)$$

sont tracées sur la carte.

BIBLIOGRAPHIE

- [1] R.A. FISCHER and F. YATES : Statistical Tables for Biological, Agricultural and Medical Research, Oliver and Boyd, Edinburgh (1949).
- [2] F.E. GRUBBS and C.L. WEAVER : The Best Unbiased Estimate of Population Standard Deviation Based on Group Ranges ; Journ. Amer. Stat. Ass., 42 (1947).
- [3] A. HALD : Statistical Theory with Engineering Applications ; J. Wiley, New York (1952).
- [4] W.A. SHEWHART : Economic Control of Quality of Manufactured Product ; Van Nostrand, New York (1931).

NOS ECHOS

Le Secrétariat de la SOGESCI a
reçu les informations suivantes :

ALLERLEI

Het Sekretariaat van het SOGESCI
heeft de volgende mededelingen
ontvangen :

PROBLEMES ET METHODES ACTUELS DE LA MATHEMATIQUE DU DISCRET (Italie - Août 1966)

Sous ce titre, une école d'été de l'OTAN sera organisée à Varenna (sur les bords du Lac de Come) du 1^{er} au 14 août, par MM. Franck Harary et Bernard Roy.

Sept séries de quatre cours chacune y seront professées par Messieurs M. Barbut, F. Harary, A.J. Hoffman, J.A. Nash-Williams, P. Rosenstiehl, J.S. Rota, B. Roy.

Elles seront complétées par une douzaine de séminaires donnés notamment par Messieurs L.W. Beineke, C. Berge, G. Chartrand, C. Flament, Kreweras, E.W. Palmer, J. Sheehan.

Les exposés auront lieu soit en anglais, soit en français.

Les demandes d'inscription accompagnées d'un curriculum vitae doivent, pour l'Europe, être adressées à : B. Roy - Sema - 35, boulevard Brune, 75 Paris 14^e - Tél. 828 89 49.

Un droit d'inscription de 200 dollars sera demandé aux participants. Des bourses couvrant, selon le cas, les droits d'inscription, les frais de voyage, les frais de séjour sont prévues.

Le nombre de places étant limité à 40, les personnes intéressées ont intérêt à adresser leur candidature au plus vite.

PUBLICATIONS REÇUES

ONTVANGEN PUBLICATIES

- 1) Revue IBN (Revue Belge de Normalisation), Nos 11, 12, 1, 2 et 3, novembre, décembre 1965, janvier, février et mars 1966 - BIN Revue (Belgisch Instituut voor Normalisatie), N^{rs} 11, 12, 1, 2 en 3, november, december 1965, januari, februari en maart 1966.
- 2) Annales des Sciences Economiques Appliquées, Nos 4 et 5, novembre et décembre 1965.
- 3) INTI, N° 12 - Ano III (Instituto Nacional de Tecnologia Industrial - Centro de Investigacion Documentaria, Buenos-Aires, Argentina).
- 4) Revue Française de Recherche Opérationnelle, Nos 36 et 37 - 3^{me} et 4^{me} trimestres 1965.
- 5) Quality EOQC Journal, Rotterdam, Vol. IX, N° 4, Winter 1965 - Vol. X, N° 1, Spring 1966.
- 6) Trabajos de Estadística y de Investigacion Operativa, Vol. XVI, cuaderno 1 - II y III, Madrid.
- 7) Revue suisse pour l'organisation industrielle (Institut d'Organisation Industrielle de l'Ecole Polytechnique Fédérale à Zurich), Nos 11, 12 (1965), 1, 2 et 3 (1966).
- 8) Bulletin de l'AFCIQ, mars 1966, Vol. II, N° 1 (Association française pour le contrôle industriel de la qualité).
- 9) Operational Research Quaterly, London, 17, 1, March 1966.

Prix de vente

Au numéro : Belgique 75 FB
Etranger 90 FB
Abonnement : Belgique 250 FB
(4 numéros) Etranger 300 FB

Tarif de publicité
(4 numéros)

La page : 5.000 F
La 1/2 page : 3.000 F
Le 1/4 page : 2.000 F

Les frais de clichés sont à charge de l'annonceur.

Publications d'articles

- 1) La Revue est ouverte aux articles traitant de statistique pure et appliquée, de recherche opérationnelle et de « quality control ».
- 2) Les manuscrits seront dactylographiés et peuvent être envoyés au secrétariat de la Revue : 66, rue de Neufchâtel, Bruxelles 6.
- 3) Les auteurs d'articles techniques recevront 25 tirés à part de leurs textes.
- 4) La responsabilité des articles n'incombe qu'à leurs auteurs.

Verkoopprijs

Per nummer : België 75 BF
Buitenland 90 BF
Abonnement : België 250 BF
(4 nummers) Buitenland 300 BF

Advertentietarief
(4 nummers)

Per bladzijde : 5.000 F
Per 1/2 bladzijde : 3.000 F
Per 1/4 bladzijde : 2.000 F

De cliché-onkosten vallen ten laste van de adverteerders.

Publicaties van artikels

- 1) Het Tijdschrift neemt artikels aan over wiskundige statistiek en toepassingen, over operationeel onderzoek en kwaliteitszorg.
- 2) De teksten dienen getipt gestuurd te worden naar het secretariaat van het Tijdschrift : 66, Neufchâtelstraat, Brussel 6.
- 3) De auteurs ontvangen 25 overdrukken van de technische artikels.
- 4) De auteurs zijn alleen verantwoordelijk voor de inhoud van hun teksten.