

**REVUE BELGE DE STATISTIQUE
ET DE RECHERCHE OPERATIONNELLE**

**Vol. 4 - N° 4
FEVRIER 1964**

**BELGISCH TIJDSCHRIFT VOOR STATISTIEK
EN OPERATIONEEL ONDERZOEK**

**Vol. 4 - N° 4
FEBRUARI 1964**

REVUE BELGE DE STATISTIQUE
ET DE RECHERCHE OPERATIONNELLE

VOL. 4 - N° 4 - FEVRIER 1964

VOL. 4 - Nr 4 - FEBRUARI 1964

SOMMAIRE — INHOUD

- W. van RIJCKEGHEM. — De aanwending van macro-economische
groeimodellen in alternatieve economische situaties 3
- R. SNEYERS. — Du test de validité d'un ajustement basé sur les
fonctions de l'ordre des observations 14
- Séminaire Sogesci (suite) — Sogesci Seminarie (vervolg).
- M.-O. HOUZIAUX. — Aspects linguistiques de la traduction auto-
matique des langues 29

BELGISCH TIJDSCHRIFT VOOR STATISTIEK
EN OPERATIONEEL ONDERZOEK

DE AANWENDING VAN MACRO-ECONOMISCHE GROEIMODELLEN IN ALTERNATIEVE ECONOMISCHE SITUATIES

door W. van RIJCKEGHEM
Rijksuniversiteit te Gent

Dit artikel is gewijd aan het onderzoek van alternatieve economische situaties en de verschillende groeimodellen welke er kunnen op worden toegepast. Hoewel de modellen welke we zullen ontwikkelen niet als werkelijk nieuw kunnen beschouwd worden, vertegenwoordigen zij toch een bescheiden poging om weg te geraken van de gangbare « onlooker approach » welke zo sterk door Prof. Frisch werd bekritiseerd ⁽¹⁾. Meer bepaald, zullen we vergelijkingen invoeren waarin een zekere graad van monetair onevenwicht evenals een zekere graad van onevenwicht op de arbeidsmarkt worden toegelaten. Daarna zullen we overgaan tot het bepalen van de optimale konstellatie van deze onevenwichten door een gegeven voorkeursfunctie te maximaliseren.

I. Eerste situatie : vaste productiecoëfficiënten, autonome investeringen, autonoom arbeidsaanbod, geen enkele vrijheidsgraad.

Dit model mag beschouwd worden als een veralgemening van het bekende *Domar-model*. Het is gesteund op de veronderstelling van autonome investeringen (vergelijking i) en op het evenwicht tussen de inkomens- en capaciteitseffekten van deze gegeven investeringen (vergelijkingen ii, iii en iv) ⁽²⁾ :

- (i) $I = I_0 e^{rt}$ Autonome investeringen
- (ii) $\dot{Y} = \frac{\dot{I}}{s}$ Inkomenseffekt van investeringen
- (iii) $\dot{P} = \frac{I}{v}$ Capaciteitseffect van investeringen
- (iv) $\dot{P} = \dot{Y}$ Monetair evenwicht.

⁽¹⁾ Zie vooral zijn « Preface tot the Oslo Channel Model » in « Europe's Future in Figures ». Ed. R. Geary, Amsterdam (1962), pp. 248-86.

⁽²⁾ Cf. E. Domar : « Essays in the Theory of Economic Growth », New York (1957). In verband met dit artikel, zie vooral Essay IV : « Expansion and Employment », p. 97.

In tegenstelling met Domar die, hoewel steeds met een slecht geweten ⁽³⁾ de situatie op de arbeidsmarkt verwaarloost, zullen we het model vervolledigen met een vraag- en aanbodsfunctie voor arbeid ⁽⁴⁾. Verder zullen we ons niet beperken tot evenwichtssituaties, doch vergelijkingen invoeren waarin een zekere graad van onevenwicht tussen vraag en aanbod, zowel op de goederen- als op de arbeidsmarkt mogelijk is.

In feite onderzocht R. Frisch reeds de mogelijkheid van een zeker onevenwicht op de goederenmarkt ⁽⁵⁾ :

$$(iv)' \quad \dot{Y} = \chi \dot{P}$$

waar χ een konstante is welke de graad van capaciteitsbenutting weerspiegelt. Het lijkt ons echter geenszins noodzakelijk, en zelfs niet realistisch χ als een konstante te beschouwen. Het is meer aangewezen χ in het model te introduceren als een variabele :

$$(iv)'' \quad \chi = \frac{\dot{Y}}{\dot{P}}$$

De waarde van χ is nauw verbonden met het begrip *monetair evenwicht*. Wanneer χ groter is dan één, dan is de stijging van de effectieve vraag groter dan de toename van het potentiële aanbod, wat tenminste in sommige sectoren zal leiden tot produktietekorten en inflatoire prijsstijgingen. Het omgekeerde processus zal zich doorzetten in geval dat χ kleiner is dan één.

Wij zullen nu de vergelijkingen invoeren, die de situatie op de arbeidsmarkt weerspiegelen :

$$(v) \quad a^* = a_0^* e^{ct} \quad \text{Autonoom arbeidsaanbod}$$

$$(vi) \quad a = k Y^b \quad \text{Vraag naar arbeid}^{(6)}$$

$$(vii) \quad \rho = \frac{a}{a^*} \quad \text{Graad van evenwicht op de arbeidsmarkt.}$$

Een waarde van ρ groter dan één impliceert een over-vraag naar arbeid, een waarde kleiner dan één weerspiegelt een situatie van werkloosheid.

⁽³⁾ « In the subsequent essays I chose the easier of the two solutions, but with an ever-guilty conscience. I thought that the mere introduction of labor as another factor in a simple production function would be a rather minor improvement ». Essays... op. cit., p. 7.

⁽⁴⁾ Zie ook P.J. Verdoorn : « Complementarity and Long-Range Projections ». *Econometrica* (1956) n° 4, vooral p. 436.

⁽⁵⁾ R. Frisch : « A Reconsideration of Domar's Theory of Economic Growth ». *Econometrica* (1961) n° 3, p. 410.

⁽⁶⁾ Dit impliceert dat de vraag naar arbeid bepaald wordt door de effectieve vraag, en niet door de produktiekapaciteit.

Bij het tellen van het aantal onafhankelijke vergelijkingen en het aantal variabelen komen we tot 7 vergelijkingen en 7 variabelen (Y , P , I , a^* , a , χ , ρ). Bijgevolg is het model bepaald en bevat het *geen enkele vrijheidsgraad*. Lossen we op naar χ en ρ , dan bekomen we :

$$(viii) \quad \chi = \frac{v r}{s}$$

$$(ix) \quad \rho = n_0 e^{(br-c)t} \quad \text{waar} \quad n_0 = \frac{k Y_0^b}{a_0^*}$$

Een hoog groeiritme van de investeringen zal terzelfdertijd χ en ρ doen stijgen, of zal m.a.w. een tendens tot arbeidstekort en inflatie in het leven roepen.

Tot nog toe impliceerde onze analyse nog geen enkele vorm van overheidstussenkomst. We kunnen echter gemakkelijk een situatie uitdenken waarin de overheid tracht een zekere graad van evenwicht op de arbeidsmarkt te bereiken, b.v. $\rho = 0,97$, dit door het beïnvloeden van het groeiritme der investeringen. Uit (viii) is het echter duidelijk dat in dit geval ook de waarde van χ zal worden beïnvloed.

Voorbeeld :

$$\begin{aligned} n_0 &= 0,95 && (5 \% \text{ werkloosheid op } t = 0) \\ b &= 0,5 && (\text{productie-elasticiteit van vraag naar arbeid} = 0,5) \\ c &= 0,03 && (\text{groei van arbeidsaanbod } 3 \% \text{ per jaar}). \end{aligned}$$

Wanneer de doelstelling van de economische politiek erin bestaat te bekomen dat $\rho = 0,97$ op $t = 1$, dan moeten we een oplossing vinden voor :

$$(ix) \quad 0,97 = 0,95 e^{(0,5r-0,03)} \\ \text{of} \quad r = 10,2 \%$$

d.w.z. dat de investeringen van $t = 0$ naar $t = 1$ moeten toenemen met 10,2 %.

Wanneer we dit resultaat vervangen in (viii), bekomen we :

$$(viii) \quad \chi = \frac{0,102 v}{s}$$

Nemen we aan dat $s = 0,18$ en $v = 3$, dan bekomen we dat $\chi = 1,7$, wat een aanzienlijke inflatiegraad impliceert.

Dit monetaire onevenwicht kan negatieve welvaartseffekten voor gevolg hebben, welke het positief effect van een hoge tewerkstellingsgraad te niet doen, dit overeenkomstig een welvaartsfunctie van de vorm :

$$(x) \quad W = \alpha - \beta (\chi - 1)^2 - \gamma (\rho - 1)^2$$

De functie (x) impliceert dat zowel afwijkingen naar boven als naar beneden van het evenwicht op de goederenmarkt als op de arbeidsmarkt negatieve welvaartseffekten in het leven roepen. Het is duidelijk dat de welvaartsfunctie een absoluut maximum bereikt voor $\chi = \rho = 1$, doch over het algemeen zal het niet mogelijk zijn een groeiritme voor de investeringen te vinden zodanig dat aan deze beide vereisten terzelfdertijd voldaan is. Wiskundig gezien moet de functie (x) gemaximaliseerd worden onder de beperkingen (viii) en (ix), welke kunnen gekombineerd worden tot :

$$(xi) \quad \rho = n_0 e^{[(bsx/v)-c]t}$$

Door aanwending van de multiplier van Lagrange, bekomen we dan een uitdrukking in χ :

$$\chi = \frac{v\beta - \gamma n_0 b s t e^{[(bsx/v)-c]t} [n_0 e^{[(bsx/v)-c]t} - 1]}{\beta v}$$

Dit kan worden opgelost naar χ door opeenvolgende benaderingen. Deze optimale waarde voor χ kan dan worden ingevuld in (xi) waardoor de overeenstemmende optimale waarde voor ρ gevonden wordt. Door gebruik te maken van (viii) of (ix) kan dan tenslotte de optimale investeringsgroei bepaald worden. Doorgaans zal deze waarde verschillend zijn op verschillende tijdstippen.

II. *Tweede situatie : vaste produktiecoëfficiënten, geïnduceerde investeringen, autonoom arbeidsaanbod, één vrijheidsgraad.*

Dit model kan beschouwd worden als een uitbreiding van het Harrod-model, waarbij dezelfde benaderingswijze gebruikt wordt als in vorige sectie ⁽⁷⁾ :

- | | | |
|-------|----------------------|---|
| (i) | $S = sY$ | Aanbod van besparingen |
| (ii) | $I = v\dot{Y}$ | Vraag naar besparingen (investeringen) |
| (iii) | $\chi = I/S$ | Graad van monetair evenwicht |
| (iv) | $a^* = a_0^* e^{ct}$ | Autonoom arbeidsaanbod |
| (v) | $a = kY^b$ | Vraag naar arbeid |
| (vi) | $\rho = a/a^*$ | Graad van evenwicht op de arbeidsmarkt. |

⁽⁷⁾ R.F. Harrod : « An Essay in Dynamic Theory ». The Economic Journal (1939). pp. 14-33. Zie ook Verdoorn, loc. cit.

Vergelijking (iii) drukt hetzelfde verband uit als vergelijking (iv) in het voorgaande model. In de gangbare groeimodellen is het sparen steeds gelijk aan de investeringen (ex-ante). Het lijkt ons echter niet noodzakelijk zulk een restriktieve veronderstelling te maken. Zoals wij in het voorgaande model de mogelijkheid aanvaardden van een zeker onevenwicht tussen totale vraag en totaal aanbod van goederen, kunnen wij nu een onevenwicht tussen sparen en investeren toelaten, dat in feite hetzelfde fenomeen weerspiegelt. Een waarde van $\chi > 1$ impliceert inderdaad dat de investeringen groter zijn dan het sparen, wat opnieuw moet leiden tot produktietekorten in ten minste enkele sectoren ⁽⁸⁾.

Het model bestaat nu uit zes vergelijkingen en zeven variabelen ($Y, S, I, a^*, a, \chi, \rho$) en bevat bijgevolg één vrijheidsgraad. Dit schijnt het essentieel verschil te zijn tussen modellen van het Harrod- en modellen van het Domar-type ⁽⁹⁾.

In dit model is het bijgevolg mogelijk een gegeven tewerkstellingsgraad te bereiken zonder dat de overheid haar toevlucht moet nemen tot beïnvloeding van het groeiritme der investeringen. Wel moet dan de graad van monetair evenwicht los gelaten worden. Omgekeerd is het mogelijk een gegeven graad van monetair evenwicht te realiseren zonder investeringsrestrikties, doch dan leidt de werking van het economisch mechanisme tot een zeker onevenwicht op de arbeidsmarkt. Het is niet mogelijk *terzelfdertijd* χ en ρ te fixeren. Wel kunnen we trachten de welvaartsfunctie te maximaliseren door een waarde van χ te kiezen die met een dusdanige waarde van ρ overeenstemt, dat het verlies in sociale bevrediging zo klein mogelijk is. Dit impliceert dat we opnieuw de welvaartsfunctie (x) uit de vorige sectie zullen maximaliseren onder de restriktie (xi). We zullen dan dezelfde optimale konstellatie bekomen als voorheen, doch nu is geen tussenkomst van de overheid vereist om het groeiritme van de investeringen te beïnvloeden.

III. Derde situatie : substitutie tussen produktiefactoren, autonoom arbeidsaanbod, twee vrijheidsgraden.

a) Volledige substitutie.

Dit model kan beschouwd worden als een veralgemening van her Ver-

⁽⁸⁾ Zie b.v. A.C. Enthoven : « Monetary Disequilibrium and the Dynamics of Inflation ». The Economic Journal (1956), pp. 256-70.

⁽⁹⁾ Zie ons artikel : « The Structure of some Macro-Economic Growth Models : A Comparison ». Weltwirtschaftliches Archiv (1963), III.

doorn-model ⁽¹⁰⁾ :

- (i) $Y = A a^f K^g e^{ht}$ Produktiefunctie met volledige substitutie
(ii) $S = s Y$ Spaarfunctie
(iii) $\chi = \dot{K}/S$ Graad van monetair evenwicht
(iv) $a^* = a_0^* e^{ct}$ Autonoom arbeidsaanbod
(v) $\rho = a/a^*$ Graad van evenwicht op de arbeidsmarkt.

Het model bestaat nu uit vijf vergelijkingen en zeven variabelen en bevat bijgevolg *twee vrijheidsgraden*. We mogen bijgevolg zowel aan χ als aan ρ de waarden toekennen die we wensen. Het is echter duidelijk dat we deze waarden zodanig zullen kiezen dat de welvaartsfunctie (x) een absoluut maximum bereikt, nl. $\chi = \rho = 1$. Dit is de logische verklaring voor het feit dat in modellen van dit soort steeds monetair evenwicht en volledige tewerkstelling worden verondersteld. *Beide* doelstellingen kunnen nu worden verwezenlijkt. Dit is het onmiddellijke gevolg van de overgang van een situatie met vaste produktiecoëfficiënten naar een situatie met substitutiemogelijkheden.

Wanneer we (iv) en (v) vervangen in (i), bekomen we :

$$(i)' \quad Y = A \rho^f a_0^{*f} e^{(cf+h)t} K^g$$

Anderzijds levert combinatie van (ii) en (iii) op :

$$(ii)' \quad \dot{K} = \chi s Y$$

We zien bijgevolg dat Y een functie is van K, en K een functie van Y. De oplossing wordt gemakkelijkst bekomen wanneer we eerst oplossen naar K. We vinden dan :

$$K = \left[\frac{\chi (1-g) s A \rho^f a_0^{*f}}{cf + b} [e^{(cf+h)t} - 1] + K_0^{1-g} \right]^{1/(1-g)}$$

Substitutie van dit resultaat in (i)' levert op :

$$Y = A \rho^f a_0^{*f} e^{(cf+h)t} \left\{ \frac{\chi (1-g) s A \rho^f a_0^{*f}}{cf + b} [e^{(cf+h)t} - 1] + K_0^{1-g} \right\}^{g/(1-g)}$$

⁽¹⁰⁾ P.J. Verdoorn: « The Role of Capital in Long-Term Projection Models », Cahiers Economiques de Bruxelles, n° 5 (1959), pp. 49-70. Verdoorn veronderstelt volledige tewerkstelling en monetair evenwicht. In feite was het Tinbergen die voor het eerste een Cobb-Douglas functie aanwendde in een macro-economisch groeimodel (Zur Theorie der langfristigen Wirtschaftsentwicklung », Weltwirtschaftliches Archiv, 1942, pp. 511-49). Het Verdoorn-model mag beschouwd worden als een speciaal geval van het Tinbergen-model wanneer de loonflexibiliteit oneindig groot wordt.

Logaritmische afleiding levert uiteindelijk het groeiritme voor Y op :

$$(vi) \quad R = (cf + b) \times \frac{\chi s A \rho^f a_0^{*f} e^{(cf+h)t} - (1-g) \chi s A \rho^f a_0^{*f} + K_0^{1-g} (cf + b)}{\chi (1-g) s A \rho^f a_0^{*f} e^{(cf+h)t} - (1-g) \chi s A \rho^f a_0^{*f} + K_0^{1-g} (cf + b)}$$

Dit groeiritme convergeert naar de asymptoot :

$$(vii) \quad \frac{cf + b}{1 - g}$$

Dit leidt tot de merkwaardige konklusie dat op lange termijn het groeiritme van Y niet alleen onafhankelijk is van de spaarkwote s , doch ook van de graad van onevenwicht op de arbeidsmarkt als van de graad van monetair onevenwicht ! Dit impliceert dat twee landen, op voorwaarde dat zij starten met gelijke parameterwaarden c , f en g , zullen eindigen met dezelfde groei, welke ook hun spaarkwote weze en de graad van tewerkstelling of van monetair evenwicht ⁽¹¹⁾.

b) *Substitutie tussen « nieuw kapitaal » en « nieuwe arbeid ».*

Dit model zullen we het Johansen-model noemen, daar L. Johansen de eerste was om dit substitutieprincipe in een macro-economisch groeimodel aan te wenden ⁽¹²⁾. Wiskundig wordt het uitgedrukt door de vergelijking :

$$(i)^* \quad \dot{Y} = A \dot{a}^f \dot{K}^g e^{ht} \quad \text{Produktiefunctie met alleen substitutie tussen « nieuw kapitaal » en « nieuwe arbeid ».}$$

De overige vergelijkingen van het model blijven dezelfde als in het voorgaand model. We bekommen nu de volgende oplossing naar Y :

$$Y = \left\{ \frac{\chi (1-g) s^g A \rho^f a_0^{*f} c^f}{cf + b} [e^{(cf+h)t} - 1] + Y_0^{1-g} \right\}^{1/(1-g)}$$

en als groeiritme :

$$(vi)^* \quad R = (cf + b) \times \frac{s^g \chi A \rho^f a_0^{*f} c^f e^{(cf+h)t}}{\chi (1-g) s^g A \rho^f a_0^{*f} c^f [e^{(cf+h)t} - 1] + Y_0^{1-g} (cf + b)}$$

⁽¹¹⁾ Uit een recent artikel van H. Brems, dat wij de gelegenheid hadden in manuscriptvorm te zien (« Growth in a Two-Country Cobb-Douglas Model with a Variable Exchange Rate »), bleekt dat de uiteindelijke groei ook onafhankelijk zou zijn van de graad van internationale handel.

⁽¹²⁾ L. Johansen : « Substitution versus Fixed Production Coefficients in the Theory of Economic Growth : a Synthesis », *Econometrica* (1959), pp. 157-76. Zie vooral sectie 3 : « The case of capital of infinite duration ».

Dit groeiritme convergeert naar de asymptoot :

$$(vii)^* \quad \frac{cf + b}{1 - g}$$

Dit resultaat is identisch met dat gevonden in het model met volledige substitutie. Dit betekent dat in vergelijking met de konklusies van de vorige sectie, het uiteindelijk groeiritme bovendien nog onafhankelijk is van het feit of we volledige substitutie hebben tussen de produktiefactoren arbeid en kapitaal, dan wel of deze substitutiemogelijkheden beperkt zijn tot « nieuw kapitaal » en « nieuwe arbeid ».

Om deze reden lijkt het uiteindelijk groeiritme ons een weinig interessant criterium om groeimodellen van dit type te vergelijken. Van meer belang in dit verband is het groeiritme voor $t = 0$. Gezien het groeiritme asymptotisch verloopt naar steeds dezelfde limiet, is een hoger groeiritme in het aanvangsjaar een aanduiding voor een permanente superioriteit in groeiprestatie.

In het geval van volledige substitutie bekommen we :

$$(viii) \quad R_0 = cf + b + \frac{\chi g^s A \rho^f a_0^{*f}}{K_0^{1-g}}$$

In het geval van substitutie tussen nieuw kapitaal en nieuwe arbeid vinden we :

$$(viii)^* \quad R_0 = \frac{\chi g^s A \rho^f a_0^{*f} c^f}{Y_0^{1-g}}$$

Hieruit blijkt dat in normale gevallen de aanvangsgroei hoger ligt in modellen met volledige substitutie, vooral wanneer men let op het feit dat c^f een vrij kleine waarde is die enkel in de formule (viii)* voorkomt. De voornaamste reden waarom in (viii)* doorgaans met zulke lage groeiwaarden gestart wordt schijnt te zijn dat de technologische vooruitgang in deze formule niet voorkomt, in vergelijking met (viii) waar deze faktor een belangrijke plaats inneemt. Dit is eveneens duidelijk in (i)* waar de technische vooruitgang alleen de *toename* in Y bepaalt en niet het ganse produktievolume als in (i). Men moet er echter mee rekening houden dat de parameterwaarden in de produktiefunctie (i)* niet noodzakelijk dezelfde zijn als in (i). Zo is het b.v. mogelijk dat de kapitaals- en arbeidselasticiteiten g en f verschillend zijn. L. Johansen zelf meent dat in zijn model $f = g = 0,5$ een realistische hypotese kan zijn, in tegenstelling met $f = 0,75$ en $g = 0,25$ in het model met een gewone Cobb-Douglas funktie⁽¹³⁾. De betekenis van de para-

⁽¹³⁾ L. Johansen : « Investeringsrate og Vekstrate », Ekonomiska Samfundets Tidskrift (1960), pp. 169-79. Zie vooral p. 177.

meter A kan ook verschillen zijn : hij beïnvloedt alleen de toename in Y in (i)* doch het niveau van Y in (i). Hierdoor komt een rechtstreekse vergelijking tussen de groeiprestaties van de twee modellen op losse schroeven te staan. Meer empirisch materiaal is noodzakelijk om hierin inzicht te verwerven. Bij ons weten werd echter de produktiefunctie (i)* nog niet empirisch getoetst.

IV. Een groeimodel voor de Belgische economie.

Het is hier wellicht de plaats enige beschouwingen te wijden aan het Belgisch groeimodel dat onlangs werd gepubliceerd in het eerste ASEPELT-volume : « Europe's Future in Figures »⁽¹⁴⁾. Dit model bestaat uit de volgende vergelijkingen :

- | | | |
|-------|------------------------|--|
| (i) | $Y = A a^t K^g e^{ht}$ | Produktiefunctie met volledige substitutie in de endogene sectoren |
| (ii) | $Y' = r Y'_{-1}$ | Groei van totaal BNP |
| (iii) | $S = s Y'$ | Spaarfunctie |
| (iv) | $S = I$ | Monetair evenwicht |
| (v) | $K = K_{-1} + I$ | Toename van de kapitaalvoorraad |
| (vi) | $a^* = a_0^* e^{ct}$ | Autonome groei van arbeidsaanbod |
| (vii) | $\rho = a/a^*$ | Graad van evenwicht op de arbeidsmarkt. |

De verschillende symbolen Y en Y' hebben betrekking op het onderscheid tussen totaal BNP, weergegeven door Y' , en het deel van het BNP dat door de endogene sectoren wordt geproduceerd (Y). Het verschil tussen beide concepten omvat de bijdrage van de exogene sectoren waarvoor autonome groeiritmen worden verondersteld (landbouw, woningbouw, overheidssektor en huishoudelijke hulp). De ontwikkeling van de endogene sectoren wordt weergegeven door (i). De groei van het totale BNP wordt uitgedrukt door (ii). Aangenomen werd :

$$r = 1,036$$

Deze *veronderstelling* is gesteund op de redenering dat het BNP in de toekomst verder zal groeien zoals gedurende de periode 1948-55 het geval was, nl. 3,6 % per jaar gemiddeld.

⁽¹⁴⁾ « Groupe d'Etudes de la Comptabilité Nationale : L'Economie belge d'ici à 1975 », op. cit., pp. 1-54. We geven hier een vereenvoudigde versie van het model weer, zonder afschrijvingen, overheidsuitgaven en internationale handel, om vergelijking met voorgaande modellen te vergemakkelijken. Geen enkel essentieel aspect gaat hierdoor echter verloren.

Als spaarkwote wordt aangenomen :

$$s = 0,13$$

Overeenkomstig (iv) wordt monetair evenwicht aangenomen, doch een zekere werkloosheidsgraad wordt verondersteld (4,3 %). Daarom is :

$$\rho = 0,957$$

Anderzijds wordt aangenomen dat het autonome groeiritme van het arbeidsaanbod, na aftrek van de arbeid benodigd door de exogene sectoren, wordt weergegeven door :

$$c = 0,0017$$

Het model, zoals hierboven geschetst bevat 7 vergelijkingen en 7 variabelen (Y , Y' , a , a^* , K , S , I) en is dus op het eerste gezicht bepaald. De vrijheidsgraden χ en ρ zijn reeds opgebruikt door de veronderstelling van monetair evenwicht en van 4,3 % werkloosheid. In feite nochtans is het model *overbepaald*, omdat de variabelen Y en Y' niet onafhankelijk zijn. Daarom zou er een vergelijking moeten aan toegevoegd worden die het verband tussen totaal BNP en het endogeen BNP specificeert. Dit brengt ons tot 8 vergelijkingen en 7 variabelen. Het model kan dan slechts opnieuw bepaald gemaakt worden door één van de parameters variabel te maken ⁽¹⁵⁾.

Dit blijkt duidelijk wanneer men overgaat tot de oplossing van het model. Zoals in de voorgaande modellen aangetoond is de oplossing van modellen met Cobb-Douglas functies iets meer ingewikkeld door het feit dat terzelfdertijd Y een functie is van K en K een functie van Y . In het Belgisch groei-model werd deze moeilijkheid ontweken door de hypotese (ii) welke een *konstant* groeiritme veronderstelt ⁽¹⁶⁾. Hierdoor was het mogelijk aan het model een rekursieve structuur te geven, die toelaat onmiddellijk een oplossing naar K te bepalen :

$$K = K_{-1} + r s Y'_{-1}$$

Van dit resultaat kunnen we het groeiritme van K afleiden :

$$R_K = \frac{K}{K_{-1}} = 1 + r s \frac{Y'_{-1}}{K_{-1}} = 0,135 \frac{Y'_{-1}}{K_{-1}}$$

Hieruit blijkt duidelijk dat een konstant groeiritme voor K slechts kan worden bekomen wanneer een konstante kapitaalkoefficiënt wordt aangenomen.

⁽¹⁵⁾ Zie het commentaar van R. Geary op p. 323, op. cit.

⁽¹⁶⁾ Cf. H. Brems : « Constancy of the Proportionate Equilibrium Rate of Growth : Result or Assumption ? », *Review of Economic Studies* (1957), n° 2.

Deze hypotese wordt niet expliciet geformuleerd, doch als resultaat van het oplossen van vergelijkingen (ii)-(v) wordt een konstant groeiritme van 4,7 % geciteerd. Dit impliceert, overeenkomstig bovenstaande formule, een konstante kapitaalkoefficiënt van 2,9 wat plausibel is, doch in tegenstrijd met de basis-hypotese van substitueerbaarheid vervat in (i).

Substitutie van de groeiritmen van kapitaal en arbeid van resp. 4,7 % en 0,17 % in de produktiefunctie (i) en aannemend dat

$$\begin{aligned} f &= 2/3 \\ g &= 1/3 \\ b &= 0,0225 \end{aligned}$$

bekomen we een konstant groeiritme voor Y van :

$$R_Y = \frac{2}{3} 0,0017 + \frac{1}{3} 0,047 + 0,0225 = 3,94 \%$$

Kombinatie van dit groeiritme met het groeiritme van de overblijvende exogene sectoren (volgens een vergelijking niet expliciet in het model opgenomen) levert uiteindelijk een groeiritme op voor Y' van 3,43 % welk betrekkelijk goed overeenkomt met het voorlopig groeiritme van 3,6 % in (ii). Gezien deze twee groeiritmen nagenoeg overeenstemmen, is het model niet overbepaald, en moet geen parameter variabel worden gemaakt ⁽¹⁷⁾.

De konstruktie van het model mag ingenieus genoemd worden, doch is op een bepaald punt van de redenering in tegenstrijd met de basishypoteses van het model. Dit verklaart eveneens waarom uiteindelijk een *konstant* groeiritme gevonden wordt, en geen konvergerend groeiritme, zoals geïmpliceerd in de theoretische oplossingen in de vorige sekties. Verder kan de overbepaalde structuur in andere toepassingen moeilijkheden opleveren, nl. wanneer het uiteindelijk groeiritme afwijkt van het voorlopige uitgedrukt door r . De overbepaaldheid kan dan weggenomen worden door te experimenteren met verschillende waarden van r . Dit impliceert dat r i.p.v. konstante tot variabele zal moeten gemaakt worden.

Oslo, 12 mei 1963.

⁽¹⁷⁾ Dit wordt duidelijk uitgedrukt door voetnota 29 op p. 18: « il faudra évidemment refaire le calcul si l'on trouve finalement que le taux de croissance futur du PNB est très différent de 3,6 %. Ce ne sera pas le cas ici. »

DU TEST DE VALIDITE D'UN AJUSTEMENT BASE SUR LES FONCTIONS DE L'ORDRE DES OBSERVATIONS

par R. SNEYERS

Institut Royal Météorologique de Belgique

1. Introduction.

Le contrôle de la validité de l'ajustement d'une loi de probabilité à une série d'observations se fait habituellement (cf. [1], p. 42 et 47) en utilisant le test de Kolmogorov-Smirnov ou le test en χ^2 , fondés tous deux sur les différences entre les fréquences observées et les fréquences ajustées correspondantes, cumulées dans le premier cas et non cumulées dans le second.

Il ne fait aucun doute qu'en raison de leur caractère global, l'un et l'autre de ces deux tests souffrent d'un manque de sensibilité. Le premier considère, en effet, la valeur extrême des différences entre les fréquences cumulées observées et les fréquences cumulées ajustées sans tenir compte de la valeur de la fréquence ajustée qui conduit à la différence maximale, tandis que le second exige le groupement des fréquences ajustées non cumulées de manière à atteindre un nombre théorique minimal de cinq. Il en résulte, en particulier, que ces méthodes ne permettent vraisemblablement pas d'apprécier correctement la compatibilité de la loi ajustée avec les valeurs extrêmes observées.

Le but de la présente note est de rappeler les éléments d'une méthode, préconisée par Gumbel (cf. [2], p. 52) sous la forme de courbes de contrôle, qui évite ces écueils, d'établir cette méthode successivement pour le cas d'une distribution à variable continue et celui d'une distribution à variable discrète et d'illustrer cette méthode par quelques exemples.

2. Généralités.

Si F désigne la fonction de distribution de la variable aléatoire quelconque x et si l'on effectue n observations indépendantes de cette variable, on sait (cf. par ex. [3], p. 94) que la fonction de distribution ϕ_m de la m^{e} valeur, comptée à partir de la plus petite, est donnée par la formule :

$$\phi_m = \sum_{v=m}^n \binom{n}{v} F^v (1 - F)^{n-v}. \quad (1)$$

En particulier, les fonctions de distribution $\phi_n, \phi_{n-1}, \phi_{n-2}, \dots$ de la plus grande valeur, de la deuxième plus grande valeur, de la troisième plus

grande valeur, ... s'obtiennent en arrêtant le développement du binôme de Newton $[F + (1 - F)]^n$ respectivement à son premier terme, à son second terme, à son troisième terme, etc.

Il en résulte que si l'on désigne par F_m la valeur de F correspondant à la m^{e} valeur, on peut construire pour F_m un intervalle de confiance, avec le coefficient $(1 - 2\alpha)$ où $\alpha < 0,5$, dont les limites s'obtiennent en résolvant par rapport à F les équations :

$$\phi_m = \alpha \quad \text{et} \quad \phi_m = 1 - \alpha. \quad (2)$$

Pour la résolution des équations (2), trois méthodes peuvent être retenues.

La première revient à noter avec Hald (cf. [3], p. 674) que, moyennant la transformation :

$$F = \frac{v_1 v^2}{v_2 + v_1 v^2}, \quad \text{avec } v_1 = 2m \text{ et } v_2 = 2(n - m + 1), \quad (3)$$

qui donne aussi :

$$v^2 = \frac{v_2}{v_1} \cdot \frac{F}{1 - F}, \quad (4)$$

la fonction (1) s'identifie avec la fonction de distribution du rapport de variance v^2 (ou F de Snedecor), pour les degrés de liberté v_1 et v_2 .

A ce propos, on se souviendra, en effet, que la densité de probabilité $f(v^2)$ de cette dernière distribution, qui peut s'écrire :

$$f(v^2) = \frac{\Gamma\left(\frac{v_1 + v_2}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{v_1}{2}\right) \Gamma\left(\frac{v_2}{2}\right)} \cdot (v_1)^{v_1/2} (v_2)^{v_2/2} (v^2)^{(v_1/2)-1} (v_2 + v_1 v^2)^{-(v_1+v_2)/2}, \quad (5)$$

pour $0 \leq v^2 \leq \infty$

devient, moyennant la transformation (4) :

$$\frac{\Gamma\left(\frac{v_1 + v_2}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{v_1}{2}\right) \Gamma\left(\frac{v_2}{2}\right)} F^{(v_1/2)-1} (1 - F)^{(v_2/2)-1}, \quad \text{avec } 0 \leq F \leq 1, \quad (6)$$

puisque $\frac{d v^2}{d F} = \frac{v_2}{v_1} (1 - F)^{-2}$.

Il s'ensuit que si l'on pose $v_1 = 2m$ et $v_2 = 2(n - m + 1)$, la fonction (6) devient :

$$\frac{\Gamma(n+1)}{\Gamma(m)\Gamma(n-m+1)} \cdot F^{m-1} (1-F)^{n-m}, \quad (7)$$

c'est-à-dire la dérivée de ϕ_m par rapport à F .

On en déduit que la résolution des équations (2) peut se faire en déterminant les valeurs critiques de v^2 pour le niveau 2α et pour les degrés de liberté $v_1 = 2m$ et $v_2 = (n - m + 1)$, et en calculant les valeurs correspondantes de F_m au moyen de la relation (3).

La seconde méthode trouve son origine dans le fait que si l'on compte le rang k des valeurs observées à partir de la plus grande, on a : $m = n - k + 1$ et la fonction (7) s'écrit :

$$\frac{\Gamma(n+1)}{\Gamma(k)\Gamma(n-k+1)} \cdot F^{n-k} (1-F)^{k-1}, \quad (8)$$

ce qui, moyennant la transformation $w = n(1-F)$, donne (cf. [4], p. 370-371), lorsque n tend vers l'infini :

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \phi_{n-k+1} = \int_w^\infty \frac{w^{k-1}}{\Gamma(k)} e^{-w} dw. \quad (9)$$

On en conclut, avec Borgman [5], que si $\phi \neq 0$, w possède une valeur finie lorsque n tend vers l'infini. Cette valeur finie peut être déduite de l'équation (9) avec l'aide de tables de la distribution gamma {par ex. [6] où $p = k-1$, $u = w/\sqrt{k}$ et $\lim_{n \rightarrow \infty} \phi_{n-k+1} = 1 - I(u, p)$ }, tandis que pour les valeurs finies de n , le calcul de w se fera en intégrant la fonction (8) au moyen de tables de la distribution bêta.

Des valeurs de w ont été calculées de cette manière par Borgman [5] pour $k = 1, 2, 3, 4, 5$, pour $\phi = 0,005, 0,010, 0,025, 0,050, 0,100$ (0,100) 0,900, 0,950, 0,975, 0,990 et 0,995 et pour $n = 1$ (1) 10, 12 (2) 20, 25, 30 (10) 60, 80, 100, 140 (40) 300, 350, 400, 500, 700, 1000, 2000 et ∞ . Leur emploi permet de calculer les valeurs limites de F au moyen de la relation :

$$F = 1 - \frac{w}{n}. \quad (10)$$

La troisième méthode concerne les valeurs proches de la médiane pour lesquelles on retiendra avec Gumbel (cf. [2], p. 48) que lorsque n est suffi-

samment grand, la fréquence associée à la m^e valeur est asymptotiquement distribuée suivant une loi normale de moyenne $p = m/(n + 1)$ et de variance $p q/n$, avec $q = 1 - p$.

3. Le test de validité. Courbes de contrôle.

a) Cas d'une distribution à variable continue.

Soit $F(x)$ la fonction de distribution ajustée à la série des valeurs observées $x_1 \leq x_2 \leq \dots \leq x_m \leq \dots \leq x_n$. Le test de validité de l'ajustement consiste dans le choix d'un seuil de signification 2α , dans le calcul des limites de confiance \underline{F}_m et \overline{F}_m de F_m pour le coefficient $(1 - 2\alpha)$ au moyen des équations (2) et dans l'acceptation ou le rejet de la valeur $F(x_m)$ que l'ajustement effectué associe à la m^e valeur x_m , selon que cette valeur se trouve ou non à l'intérieur de l'intervalle $(\underline{F}_m, \overline{F}_m)$.

On peut également déterminer les valeurs \underline{x}_m et \overline{x}_m au moyen des équations :

$$F(\underline{x}_m) = \underline{F}_m \quad \text{et} \quad F(\overline{x}_m) = \overline{F}_m \quad (11)$$

et vérifier ensuite si x_m se trouve ou non à l'intérieur de l'intervalle $(\underline{x}_m, \overline{x}_m)$.

Les courbes de contrôle de la distribution $F(x)$ s'obtiennent en procédant à une représentation graphique des intervalles $(\underline{x}_m, \overline{x}_m)$ et en joignant entre eux les points qui délimitent ces intervalles.

La construction de ces courbes peut se simplifier si l'on note (cf. [2], p. 49) qu'au voisinage de la médiane la variable x_m est distribuée suivant une loi normale dont la moyenne \hat{x}_m est la solution de l'équation :

$$F(\hat{x}_m) = p = \frac{m}{n + 1}, \quad (12)$$

et dont l'écart-type $\sigma(x_m)$ est donné par la relation :

$$\sigma(x_m) = \frac{\sqrt{p q}}{\sqrt{n} \cdot F'(\hat{x}_m)}, \quad (13)$$

où $F'(x)$ est la densité de probabilité dF/dx de la variable x , avec $q = 1 - p$.

Dans ces conditions, si la variable x considérée est liée à une variable réduite z par une relation linéaire de la forme :

$$z = a(x - b) \quad (14)$$

on pourra, grâce à l'égalité :

$$\sigma(x_m) = [\sigma(z_m)]/a$$

calculer directement $\sigma(x_m)$ à partir des $\sigma(z_m)$ déterminés une fois pour toutes au moyen de la relation (13) où l'on a remplacé x_m par z_m .

En particulier, lorsque x est distribué suivant une loi normale ou une loi doublement exponentielle, on pourra calculer $\sigma(x_m)$ en faisant appel aux tables de $\sqrt{n} \cdot \sigma(z_m)$ publiées dans [2], p. 52 et 214.

Enfin, lorsqu'on procède à une représentation des observations et de la loi ajustée sur un papier à échelle fonctionnelle appropriée, les probabilités étant marquées en abscisse et les valeurs de la variable en ordonnée, l'équation (12) montre qu'il convient de placer les valeurs observées et les intervalles $(\underline{x}_m, \bar{x}_m)$ sur la parallèle à l'axe des ordonnées d'abscisse $m/(n + 1)$.

b) *Cas d'une distribution à variable discrète.*

Soient $p(i)$, $i = 0, 1, 2, \dots, N$, les probabilités associées à la variable discrète i et soit $F(x) = \sum_{i=0}^x p(i)$, $x = 0, 1, 2, \dots, N$, la fonction de distribution de cette variable avec $F(N) = 1$. Il est clair que dans ce cas la condition de compatibilité devient :

$$F(x_m - 1) < F_m < F(x_m),$$

sachant que F_m est l'une quelconque des valeurs comprises à l'intérieur de l'intervalle $(\underline{F}_m, \bar{F}_m)$.

En d'autres termes, le rejet de l'ajustement n'aura lieu que si l'on a :

$$\bar{F}_m \leq F(x_m - 1) \quad \text{ou} \quad \underline{F}_m \geq F(x_m), \quad (15)$$

tandis que dans les autres cas cet ajustement pourra être accepté.

Il reste à signaler que lors de l'application répétée du test de validité avec un seuil de signification β , dans l'éventualité où l'ajustement convient réellement, on doit s'attendre à voir apparaître en moyenne $100 \beta \%$ de résultats significatifs. De plus, si sur N_1 résultats indépendants on trouve

k résultats significatifs, le résultat global ne peut être considéré comme significatif pour le niveau 2α que si l'on a :

$$\begin{aligned} \phi_{N_1-k+1}(1-\beta) &= (1-\beta)^{N_1} + N_1(1-\beta)^{N_1-1} \cdot \beta + \dots \\ &+ \binom{N_1}{k-1} (1-\beta)^{N_1-k+1} \cdot \beta^{k-1} > (1-2\alpha), \quad (16) \end{aligned}$$

puisque $\phi_{N_1-k+1}(1-\beta)$ représente ici la probabilité d'obtenir au plus $(k-1)$ résultats significatifs (de probabilité β).

4. Exemples.

Les exemples d'ajustements que nous avons considérés pour illustrer la théorie précédente sont relatifs à la distribution à Uccle des moyennes hivernales de la température de l'air (variable continue) et à celle des fréquences mensuelles des jours de précipitations mesurables (variable discrète).

a) *Les moyennes hivernales de la température de l'air à Uccle (1834-1963).*

La recherche de la loi de probabilité qui régit les moyennes hivernales de la température de l'air présente un intérêt particulier puisqu'elle comprend celle de la probabilité attachée au retour d'un hiver aussi rigoureux que celui qui vient d'être observé.

Les moyennes dont nous avons disposé sont celles qui ont été publiées dans [7]. Nous rappellerons à ce sujet que ces moyennes sont en réalité les sommes des moyennes mensuelles⁽¹⁾ de décembre, janvier et février (hiver climatologique), calculées à partir des extrêmes diurnes relevés à midi et exprimées en 0,1°C, ce qui équivaut à dire que nos moyennes hivernales sont données en tiers de 0,1°C. Ces données qui s'étendent, pour les hivers, de 1834 à 1956, ont été complétées par celles enregistrées de 1957 à 1963.

Comme l'analyse de la stabilité de la série entière avait fait ressortir l'existence d'une modification des propriétés statistiques de ces moyennes à partir de 1902 (cf. [7], p. 15), en même temps que le caractère homogène des séries partielles de 1834 à 1901 et de 1902 à 1956, une loi de probabilité a été ajustée à chacune des séries partielles.

(1) Quelques erreurs se sont glissées dans les chiffres publiés dans [7]. En particulier, il faut lire :

p. 20 : 1919, V : 144 au lieu de 185 ; 1920, I : 45 au lieu de 41 ; 1924, XII : 18 au lieu de 27 ;

p. 21 : 1953, I : 08 au lieu de 75.

De plus, les sommes trimestrielles et annuelles correspondantes doivent être corrigées d'autant.

Ces lois sont des lois normales et le calcul des paramètres a été effectué par la méthode de Gumbel (cf. [2], p. 38). Ces valeurs ont été indiquées au tableau I où, pour chaque série, n désigne l'effectif de la série, $b = \bar{x}$ est la moyenne des observations, s est la racine carrée de l'estimation absolument correcte de la variance [$s^2 = \Sigma (x - \bar{x})^2 / (n - 1)$] et σ_n est la moyenne quadratique des limites des quantiles d'ordre $(n + 1)$ de la distribution normale réduite (cf. [2], p. 39).

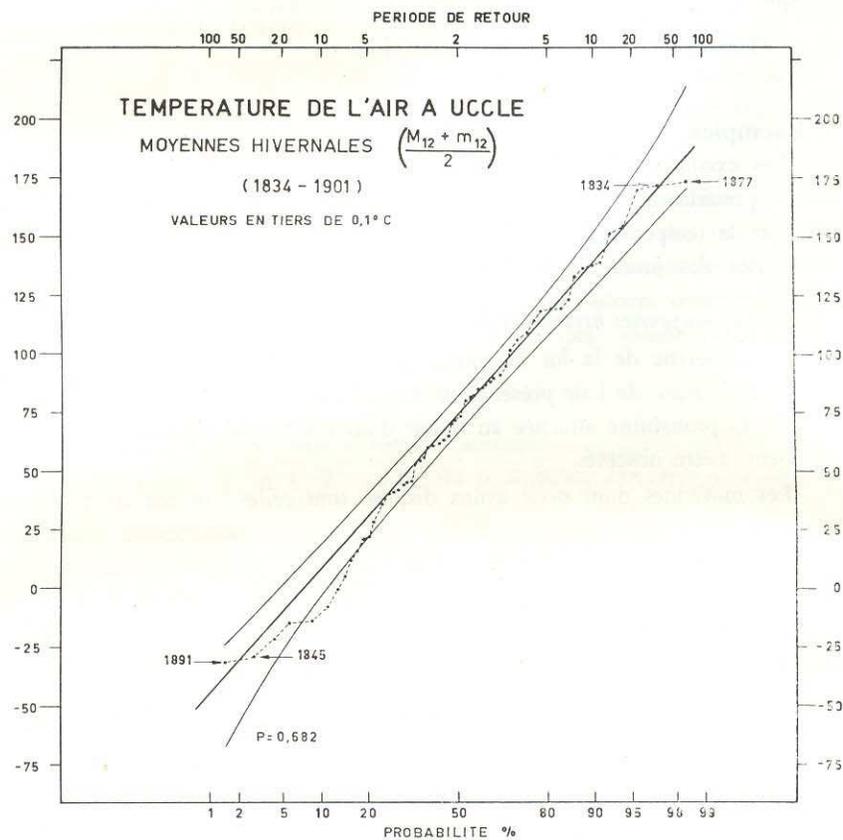


Fig. 1. — Loi normale ajustée, courbes de contrôle (en traits pleins) et série d'observations (en traits ponctués fins).

Il s'ensuit que l'ajustement s'obtient en liant la température hivernale x à la variable réduite z au moyen de la relation (14) ou encore de la relation :

$$x = b + \frac{1}{a} z, \quad (17)$$

ce qui permet de représenter la loi ajustée par une droite sur un papier à échelle fonctionnelle normale.

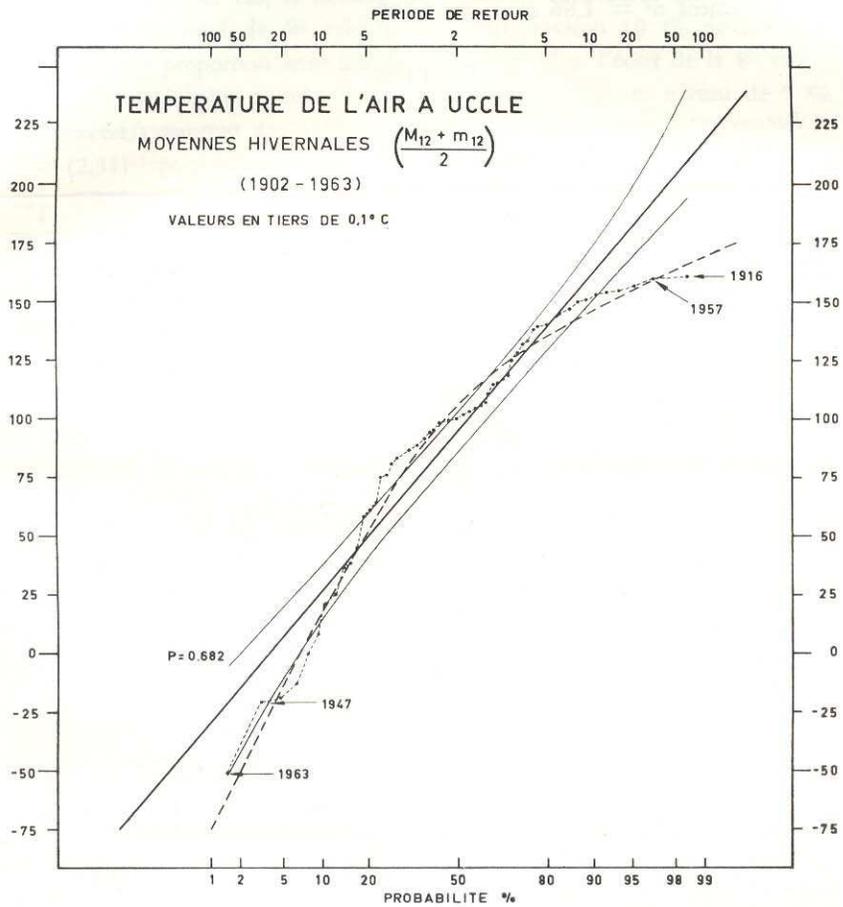


Fig. 2. — Loi normale ajustée, courbes de contrôle (en traits pleins), série d'observations (en traits ponctués fins) et loi normale corrigée (en traits ponctués épais).

Cette représentation graphique a été faite aux figures 1 et 2 en même temps que celle des observations et celle des courbes de contrôle. Celles-ci ont été établies pour le coefficient de confiance $P = 0,682$ qui correspond à l'intervalle $(-1, +1)$ de la variable réduite normale. Pour les valeurs proches de la médiane, les courbes ont été obtenues en joignant les extrémités des intervalles de confiance entourant les points d'abscisses $F = 0,15, 0,20, 0,30, \dots, 0,80, 0,85$ de la droite ajustée, ces intervalles ayant été construits en utilisant les écarts-types donnés au tableau II. Pour les valeurs extrêmes

on a tiré de la table 2 de [5] les valeurs de w correspondant à $\phi = 0,159$ et $\phi = 0,841$, avec $n = 68$ et $n = 62$, valeurs qui sont dans les deux cas respectivement $w = 1,86$ et $w = 0,175$.

TABLEAU I

Paramètres des distributions normales ajustées aux moyennes hivernales de la température de l'air à Uccle

	n	$b = \bar{x}$	s	σ_n	$\frac{1}{a} = \frac{s}{\sigma_n}$	$\frac{1}{a\sqrt{n}}$
1834 - 1901	68	73,46	47,88	0,94707	50,56	6,13
1902 - 1963	62	94,02	49,99	0,94310	53,00	6,73

On en déduit, grâce à la formule (10), pour $n = 68$, $\bar{F}_n = 0,9726$ et $\underline{F}_n = 0,99743$ et pour $n = 62$, $\bar{F}_n = 0,9700$ et $\underline{F}_n = 0,99178$, tandis que les valeurs correspondantes pour \bar{F}_1 s'obtiennent en faisant $F_1 = 1 - F_n$.

Il en résulte que les intervalles de confiance qui doivent entourer les points d'abscisses $1/(n+1)$ et $n/(n+1)$ sur les droites ajustées et qui correspondent à la plus petite et à la plus grande valeur de x , sont respectivement dans le premier cas : $(-68, -24)$ et $(170, 215)$, et dans le second cas : $(-53, -6)$ et $(194, 241)$, ce qui permet de compléter le tracé des courbes de contrôle.

TABLEAU II

Ecarts-types des valeurs proches de la médiane (distribution normale)

$\frac{1}{a\sqrt{n}} =$	1	6,13	6,73
$P = 0,50$	1,253	7,68	8,43
0,60	1,268	7,77	8,53
0,70	1,318	8,08	8,87
0,80	1,429	8,76	8,62
0,85	1,532	9,39	10,30

Les valeurs pour $\frac{1}{a\sqrt{n}} = 1$ sont tirées de la table 2.1.6 dans [2], p. 52.

On constate ainsi que, dans le premier cas, les petites valeurs de la 5^e à la 11^e sont à l'extérieur des courbes de contrôle et que, dans le second cas,

il en est de même pour les petites valeurs de la 3^e à la 6^e, les valeurs proches de la médiane de la 12^e à la 30^e et les grandes valeurs de la 58^e à la 62^e.

Dans le premier cas, le nombre de 7 valeurs extérieures aux courbes de contrôle sur un total de 68 valeurs représente environ 10 % de l'effectif total pour une proportion attendue de 32 %. De plus, l'écart de la 8^e valeur (— 8), qui est le plus grand, n'est pas significatif pour un niveau de 5 % (test bilatéral) puisque de $F(-8) = 0,0537$ on tire, avec la formule (4), $v^2 = (2,31)^{-1}$ pour $v_1 = 16$ et $v_2 = 122$ degrés de liberté, pour lequel on trouve $0,025 < \phi < 0,050$.

L'ajustement peut donc être accepté.

TABLEAU III

Valeurs de ϕ pour quelques valeurs observées de la série des températures de la période 1902-1963

Rang	Valeur observée	F	ϕ
4	— 13	0,02265	$\phi \cong 0,05$
17	81	0,4030	$0,975 < \phi < 0,99$
58	154	0,8712	$0,05 < \phi < 0,10$
59	155	0,8751	$0,025 < \phi < 0,05$
60	157	0,8828	$0,010 < \phi < 0,025$
61	160	0,8934	$0,005 < \phi < 0,010$
62	161	0,8969	$\phi < 0,005$

Dans le second cas, par contre, la proportion de valeurs extérieures aux courbes de contrôle atteint cette fois 41 %, ce qui est sensiblement supérieur aux 32 % attendus. De plus, le calcul de ϕ pour les valeurs qui s'écartent le plus de la droite d'ajustement, et qui ont été indiqués au tableau III, montre que la 17^e et les trois plus grandes valeurs sont significatives pour un niveau de 5 % (test bilatéral) et qu'en outre la plus grande valeur conserve même ce caractère pour un niveau de 1 %.

Il s'ensuit que cette fois la loi ajustée doit être rejetée.

Un autre ajustement a été effectué en corrigeant l'équation (14) de la loi précédente au moyen d'un terme quadratique par une méthode que nous avons déjà utilisée ailleurs (cf. [9]).

On obtient ainsi la relation :

$$z = \frac{x - 94,02}{53,0} + 1,2563 x - 232,88 \\ + 2,0201 \sqrt{(x - 125,38)^2 + 1.054,2},$$

ce qui donne, à la figure 2, la loi représentée par la branche d'hyperbole qui s'accorde mieux avec la série des observations.

La comparaison des deux résultats trouvés permet de mettre en évidence le caractère de la modification climatique intervenue au cours des plus récentes années. Cette comparaison a été faite en calculant les périodes de retour $T = 1/F$ ou $T = 1/(1 - F)$, selon qu'on a $F < 0,5$ ou $F > 0,5$, pour les valeurs de x indiquées au tableau IV. Elle montre que cette évolution s'est manifestée à la fois par une augmentation de la probabilité des hivers les plus froids ($x < 0$) et des hivers doux ($100 < x < 150$) et par une diminution de la probabilité des hivers froids ($0 < x < 50$) et des hivers très doux ($x > 150$).

TABLEAU IV

Périodes de retour des températures moyennes de l'hiver
(en tiers de $0,1^{\circ}\text{C}$)

x	-50	-25	0	25	50	75	100	125	150	175
1834 - 1901	133	40,0	13,4	5,8	3,1	2,0	3,3	6,4	15,1	43,8
1902 - 1963	51,0	26,1	14,3	8,4	5,2	3,3	2,3	3,1	12,4	189

b) *Les fréquences mensuelles des jours de précipitations mesurables à Bruxelles-Uccle.*

Dans ce qui suit, on a considéré les nombres de jours de précipitations mesurables (au moins 0,1 mm) observés à Bruxelles de 1833 à 1889 et à Uccle de 1890 à 1960, soit au total durant une période de 128 années.

Comme dans une étude précédente (cf. [10], p. 76), l'ajustement d'une distribution normale aux fréquences mensuelles de la période 1891 à 1959 a déjà fourni un résultat satisfaisant, le même type d'ajustement a été effectué pour chacun des douze mois de l'année, et ce en utilisant les observations de la période 1833-1960.

On notera, à ce propos, que l'application à ces séries d'observations d'un test de stabilité a fait connaître dans plusieurs cas l'existence de variations significatives complexes, notamment au cours de la période 1890 à 1960, ainsi que des différences significatives entre les moyennes pour les périodes 1833-1889 et 1890-1960. Toutefois, comme les valeurs extrêmes se sont produites aussi bien au cours de la première que de la seconde période, il nous a paru utile de faire les ajustements en négligeant les constatations précédentes.

Ces ajustements ont été effectués en calculant la moyenne \bar{x} et l'écart-type s de la série des observations au moyen des relations :

$$\bar{x} = \frac{\sum x}{n} \quad \text{et} \quad s^2 = \frac{\sum (x - \bar{x})^2}{n - 1}, \quad \text{avec} \quad n = 128,$$

et la probabilité $F(x)$ attachée à la fréquence x a été calculée à partir des relations :

$$F(x) = \varphi(z) \quad \text{avec} \quad z = \frac{x + 0,5 - \bar{x}}{s}$$

$$\text{et} \quad \varphi(z) = \int_{-\infty}^z \frac{e^{-(z^2/2)}}{\sqrt{2\pi}} dz.$$

Les valeurs des paramètres \bar{x} et s des distributions ainsi définies ont été indiquées au tableau V.

TABLEAU V

Fréquences mensuelles des jours de précipitations mesurables à Bruxelles-Uccle
Valeurs de la moyenne de \bar{x} et de l'écart-type s
des distributions normales ajustées

	J	F	M	A	M	J
\bar{x}	18,398	16,234	16,805	15,453	15,164	14,898
s	4,9666	4,8643	4,9977	5,3593	5,0459	4,6412
	J	A	S	O	N	D
\bar{x}	16,234	16,016	15,359	17,805	18,336	18,953
s	5,1870	5,0275	5,1140	4,6348	4,8282	5,0678

En vertu de ce qui précède, l'ajustement devra être rejeté dès que l'une des relations (15) est vérifiée, c'est-à-dire dès que l'on a :

$$\bar{T}_m \leq T(x_m) \quad \text{ou} \quad \underline{T}_m \geq T(x_m + 1), \quad (18)$$

sachant que :

$$T_m = \frac{1}{1 - F_m} \quad \text{et} \quad T(x_m) = \frac{1}{1 - F(x_m - 1)}$$

pour F_m et $F(x_m - 1) > 0,5$.

Par ailleurs, étant donné que les tables de Borgman fournissent les valeurs de $w = n(1 - F)$, on peut déduire T_m directement de ces tables au moyen de la formule $T_m = n/w$.

En particulier, pour $n = 128$, on trouve, pour les cinq plus grandes valeurs, les valeurs limites de T_m données au tableau VI, tandis que les périodes de retour $T(x_m)$ et $T(x_m + 1)$, que les ajustements effectués associent aux cinq plus grandes valeurs des séries étudiées, se trouvent au tableau VII.

TABLEAU VI
Valeurs limites de T_{n-k+1} pour $n = 128$

$\phi =$	0,025	0,050	0,100	0,900	0,950	0,975
$k = 1$	35,3	43,4	56,1	1219	2510	5120
2	23,4	27,4	33,3	240	359	527
3	18,1	20,7	24,4	115	156	205
4	15,0	16,9	19,5	72,7	92,8	116
5	12,8	14,3	16,3	52,2	64,3	78,0

On constate ainsi qu'au tableau VII.A, aucune valeur ne dépasse les valeurs correspondantes les plus élevées du tableau VI et qu'au contraire, au tableau VII.B, sept valeurs sont inférieures à au moins une des valeurs correspondantes les plus basses du tableau VI. Plus précisément, on note pour $k = 1$ et 2, une valeur de $T(x_m)$ significativement trop faible pour le niveau 0,025 et trois valeurs trop faibles pour le niveau 0,100 et, pour $k = 3$, une valeur trop faible pour le niveau 0,100 (tests unilatéraux).

Comme on peut admettre ici qu'il s'agit de douze essais indépendants, ces résultats ne pourront être globalement significatifs au niveau 0,05 que si l'on a :

$$\phi_{N_1-k+1} (1 - \beta) > 0,95, \quad (19)$$

pour $N_1 = 12$, $k = 1$ et $\beta = 0,025$, ou pour $N_1 = 12$, $k = 3$ et $\beta = 0,100$.

En réalité, on trouve dans le premier cas, grâce aux tables de Borgman, que $k = 1$ et $w = n [1 - (1 - \beta)] = 0,30$ correspondent à $0,7 < \phi < 0,8$ et, dans le second cas, que $k = 3$ et $w = 1,2$ correspondent à $0,8 < \phi < 0,9$. Il s'ensuit que le rejet global des ajustements ne s'impose pas.

Si l'on ajoute que le même résultat a été obtenu pour les petites valeurs et qu'en outre les périodes de retour observées des valeurs proches de la médiane s'écartent peu des valeurs théoriques, on en conclut que les ajustements effectués peuvent être acceptés dans toute leur étendue.

TABLEAU VII

Fréquences mensuelles des jours de précipitations mesurables à Uccle
Périodes de retour associées aux plus grandes m^e valeurs
($m = n - k + 1$)

A. — Valeurs de $T(x_m)$

k	J	F	M	A	M	J
1	29,9	57,4	104	134	445	89,5
2	29,9	35,2	61,8	81,4	49,4	89,5
3	19,4	35,2	38,2	50,9	31,1	31,3
4	19,4	22,4	24,4	21,9	31,1	31,3
5	19,4	22,4	16,2	21,9	13,7	19,7
k	J	A	S	O	N	D
1	111	89,5	68,1	33,0	22,0	53,5
2	67,0	54,0	42,2	20,6	14,5	21,8
3	41,8	33,8	27,1	20,6	14,5	21,8
4	18,0	33,8	18,0	13,5	14,5	21,8
5	18,0	21,9	18,0	13,5	14,5	14,7

B. — Valeurs de $T(x_m + 1)$

k	J	F	M	A	M	J
1	47,7	97,3	181	228	843	161
2	47,7	57,4	104	134	81,1	161
3	29,9	57,4	61,8	81,4	49,4	51,9
4	29,9	35,2	38,2	32,9	49,4	51,9
5	29,9	35,2	24,4	32,9	20,3	31,3
k	J	A	S	O	N	D
1	190	154	114	54,9	34,7	88,1
2	111	89,5	68,1	33,0	22,0	33,6
3	67,0	54,0	42,2	33,0	22,0	33,6
4	27,0	54,0	27,1	20,6	22,0	33,6
5	27,0	33,8	27,1	20,6	22,0	21,9

Les valeurs en italique et en grasses sont significatives pour des niveaux respectifs de 0,100 et de 0,025 (tests unilatéraux).

5. Conclusions.

En résumé, on a vu que le test de validité d'un ajustement basé sur les fonctions de l'ordre des observations permet non seulement d'établir avec une grande sûreté la compatibilité ou l'incompatibilité de l'ajustement avec la série des observations, mais aussi de déterminer les régions du domaine de définition de la variable pour lesquelles l'ajustement ne convient pas.

Accessoirement, cette méthode a permis, dans le cas des températures hivernales à Uccle, de déterminer avec précision les caractères du changement climatique qui est intervenu depuis le début du siècle, tandis qu'elle s'est révélée utile dans le cas des fréquences mensuelles des jours de précipitations mesurables à Uccle pour lever le doute quant à la validité globale des ajustements effectués.

Bibliographie.

- [1] SIEGEL, S. : *Non Parametric Statistics for the Behavioral Sciences*, Mc Graw Hill, New York, 1956.
- [2] GUMBEL, E.J. : *Statistics of Extremes*, Columbia University Press, New York, 1958.
- [3] HALD, A. : *Statistical Theory with Engineering Applications*, Wiley, New York, 1955.
- [4] CRAMER, H. : *Mathematical Methods of Statistics*, Princeton University Press, Princeton, 1958.
- [5] BORGMAN, L.E. : The Frequency Distribution of Near Extremes, *Journ. Geoph. Res.*, 66, 10, pp. 3295-3307, 1961.
- [6] PEARSON, K. : *Tables of the Incomplete Gamma Function*, Cambridge University Press, Cambridge, 1957.
- [7] SNEYERS, R. : Connexions thermiques entre saisons consécutives à Bruxelles-Uccle. *Inst. R. Mét. Belg., Pub. B*, 23, 1958.
- [8] HALD, A. : *Statistical Tables and Formulas*, Wiley, New York, 1955.
- [9] SNEYERS, R. : On a special Distribution of Maximum Values, *Month. Weather Rev.*, 88, 2, pp. 66-69, 1960.
- [10] SNEYERS, R. : Sur la probabilité des sécheresses à Uccle (Belgique) et son influence dans la répartition statistique de la cote udométrique, *Ass. Int. Hydrol. Scient. Pub. n° 51, Commission des Eaux de surface*, pp. 72-80, 1960.

Séminaire Sogesci — Sogesci Seminarie

(suite - vervolg)

ASPECTS LINGUISTIQUES DE LA TRADUCTION AUTOMATIQUE DES LANGUES

par M.-O. HOUZIAUX

Université de Liège

Position du problème.

Parmi les faits de civilisation, la langue occupe une place privilégiée : véritable véhicule de la pensée — au sens le plus large du terme — elle constitue le principal moyen de communication entre les hommes. Sa raison d'être est de faciliter le rapprochement et la collaboration des individus, de contribuer à la consolidation des liens de toutes espèces qui les unissent : religieux, moraux, intellectuels, affectifs, politiques et économiques.

Mais si, de tous temps, le fait linguistique a joué, au sein des groupes unilingues, un rôle éminemment social, de tous temps aussi, la diversité, la multiplicité des langues s'est révélée un sérieux handicap à l'entente et à la compréhension des groupes ethniques dans leurs rapports mutuels.¹

Depuis la seconde guerre mondiale, la primauté de l'anglais continue en s'affirmant à faciliter les relations internationales, tant sur les plans scientifique et culturel que dans le domaine de la vie politique et économique. Mais l'Histoire nous a appris la précarité relative de semblables privilèges et nul n'ignore que la langue française a perdu une part non négligeable de

¹ Il n'est sans doute pas inutile de rappeler ici que, depuis l'Antiquité, de nombreux efforts ont été accomplis en vue de faciliter la communication entre les peuples de parlers différents, depuis l'usage des langues mortes jusqu'aux récents travaux sur la traduction automatique.

Ce sont les lettrés qui, les premiers, ont eu l'idée de se servir d'un idiome commun qui leur permit d'échanger leurs idées et de confronter leurs opinions dans le but d'accroître le savoir humain. Faut-il s'étonner, dès lors, du caractère essentiellement savant des langues qu'ils employèrent : langues mortes ou langues artificielles ? Issu d'un dialecte populaire, le sanscrit védique, puis classique, était déjà, par sa régularité et sa logique, une langue artificielle. En Europe occidentale, l'usage généralisé du latin comme langue de culture a joué un rôle considérable dans l'épanouissement de la civilisation gréco-romaine et dans l'expansion du christianisme. On sait qu'en France, par exemple, le latin resta jusqu'au XVI^e siècle la langue judiciaire et celle des actes publics. Il fallut d'autre part attendre le *Discours de la Méthode* (1637) pour que la langue française trouvât progressivement droit de cité dans les ouvrages philosophiques, scientifiques ou scolaires. De nos jours encore, l'usage du latin peut être considéré comme un facteur important de l'unité doctrinale de l'Eglise catholique.

A la fin du XIX^e siècle, on vit apparaître une langue nouvelle, entièrement artificielle : le volapük. Cette invention, due à l'Allemand Johann-Martin Schleyer, se voulait de portée universelle; elle devait d'ailleurs connaître un certain succès puisque, vers 1889, vingt-trois journaux étaient édités en volapük et quelque trois cents « volapüksklubs » se vouaient à la propagation de ce parler original. Peu de temps après, ce dernier était supplanté par un rival *ejusdem farinae*, le fameux espéranto du médecin russe Zamenhof. L'espéranto a suscité un intérêt appréciable mais on ne le connaît plus guère aujourd'hui que de nom.

la très large audience dont elle jouissait naguère encore, même dans les pays slaves et germaniques. D'autre part, l'adoption de l'anglais comme langue commune pour les échanges internationaux, les congrès, etc., si elle recueille tous les suffrages des anglophones, est loin de bénéficier de l'unanimité parmi les autres groupes linguistiques, naturellement attachés à leur parler national, part importante de leur patrimoine culturel, et qu'ils voudraient inviolable.²

Ces dernières années enfin, de nombreuses initiatives ont été prises dans le but de favoriser les relations entre les pays de langues différentes : intensification de l'enseignement des langues vivantes au niveau scolaire, développement de méthodes nouvelles d'apprentissage des langues, publication de répertoires multilingues. Marquée par la disparition progressive du concept politique de nationalité, notre époque, plus que toute autre, ressent ainsi le besoin impérieux de trouver une solution à ce problème de la diversité des langues.

Plus particulièrement dans le domaine de la science, les chercheurs ne peuvent souvent s'informer en temps utile des progrès réalisés dans leur discipline à l'étranger, faute de disposer de traductions. Selon la revue *International Electronics*,³ on estime à 250.000.000 de mots l'importance des textes publiés mensuellement en Union soviétique, dont il conviendrait que les agences gouvernementales et les hommes de science américains possédassent la traduction pour se tenir au courant de l'activité scientifique en U.R.S.S. Les équipes de traducteurs russe-anglais constituées aux Etats-Unis ne peuvent travailler à un rythme suffisant pour répondre à des besoins de cet ordre et par ailleurs toujours croissants.

On le voit, il s'agit d'abord, comme le fait remarquer Delavenay⁴, d'un problème de vitesse et de quantité. Aussi eût-il été étonnant qu'on ne songeât point à le résoudre en exploitant les possibilités nouvelles offertes par l'automatisme et les machines à traiter l'information.⁵

² Sous l'influence de l'anglais, la langue française ne cesse de s'appauvrir... d'emprunts et de se transformer, selon le mot d'Etiemble, en un horrible « franglais », que le Professeur en Sorbonne appelle aussi « sabir atlantique ».

³ « Computers Speed Language Translation », juin 1962, pp. 16 et sv. Voir aussi : Paul W. HOWERTON, « The Parameters of an Operational Machine Translation System », in MT, vol. 6 (1961), p. 108 et sv.

⁴ E. DELAVENAY, *La machine à traduire*, Coll. « Que sais-je ? », n° 834, Presses universitaires de France, 1959, p. 9.

⁵ A côté des études sur la traduction automatique des langues, des recherches ont été récemment entreprises dans le domaine de la documentation automatique. Les deux orientations sont semblables en apparence mais, quoiqu'elles puissent avoir des méthodes communes, il faut se garder de les confondre :

— la traduction automatique (*automatic translation*), dont l'objet final ne se différencie pas de celui de la traduction du type traditionnel, recourt à des méthodes qu'on pourrait appeler de « linguistique appliquée »;

— la documentation automatique (*information retrieval*), qui a pour but de faciliter les recherches bibliographiques ou analogues, fait principalement appel aux procédés de la statistique.

Il ne sera pas question ici de cette dernière orientation.

Bref historique de la traduction automatique des langues (T.A.L.)

Afin de mettre en lumière les développements considérables et rapides pris par les études sur la T.A.L., nous rappellerons ici quelles en furent les étapes principales.

Si l'on exclut l'invention du Russe Smirnov-Trojansky, déposée à Moscou en 1933 et qui n'eut pas de suite, l'idée de recourir à l'automatisme pour effectuer des travaux de traduction remonte à 1946 et est due au Dr Sc. Andrew Booth, de l'Université de Londres. Il suggéra à Warren Weaver, vice-président de la Fondation Rockefeller, d'utiliser les calculatrices électroniques à des fins de traduction. Tandis que Booth entrevoyait la solution d'une traduction mot à mot, rendue possible, croyait-il, par la très grande capacité des mémoires des calculatrices, Weaver tentait d'appliquer les méthodes de décodage employées par les services secrets de l'armée pendant la dernière guerre. Avec la collaboration de Britten, Booth élaborait les « instructions » permettant à une calculatrice électronique de consulter et d'exploiter un dictionnaire automatique en vue d'une traduction mot à mot.

En 1948, l'Anglais Richens apporte à la méthode de Booth une première amélioration : celle de l'analyse automatique des désinences, qui permet de réduire considérablement le volume du lexique et, partant, d'en accroître la vitesse de consultation. L'année suivante, Weaver propose la résolution des problèmes d'ambiguïté sémantique par l'exploration du contexte. En 1950, Reifler lance l'idée de la préparation des textes en vue de leur traduction automatique (pré- et post-édition); Oswald et Fletcher étudient la syntaxe allemande au point de vue de la T.A.L., tandis qu'au M.I.T. le logicien Bar-Hillel entreprend des recherches sur la structure des langues. C'est en 1952 que, sous le patronage de la Fondation Rockefeller et convoquée par le M.I.T., se tient une première conférence sur le sujet, à laquelle participent des linguistes et des ingénieurs. Deux ans plus tard, Dostert et Garvin, de l'Université de Georgetown, réalisent une première expérience de traduction automatique russe-français, utilisant six règles de syntaxe et un lexique de deux fois 250 mots.

Fin 1955, des expériences sont effectuées à l'aide de la calculatrice B.E.S.M. de l'Académie des Sciences d'U.R.S.S.; elles portent sur la traduction en russe de textes techniques et scientifiques rédigés en anglais. La partie linguistique des travaux est confiée à I.K. Bel'skaya, tandis que les problèmes de programmation sont étudiés par I.S. Mukhin, L.N. Korolev, S.N. Razumovsky, N.P. Trifonov et G.P. Zelenkevich.

Depuis lors, les recherches n'ont cessé de se multiplier dans des sens divers, allant des études théoriques relatives à certains systèmes linguistiques, à la tentative de confier aux machines la découverte, du moins partielle, des mécanismes de la langue.

Problèmes linguistiques.

Nous nous attacherons maintenant à décrire les principaux problèmes que pose, sur le plan linguistique, la réalisation de la T.A.L. S'il nous arrive de mettre assez souvent l'accent sur la difficulté de ces problèmes, c'est qu'il appartient au linguiste de les relever et de les définir afin que des solutions valables puissent leur être apportées.

1. — *La langue, phénomène social et intellectuel.*

Fondamentalement, la langue est un phénomène intellectuel puisqu'elle vise à l'expression de la pensée. Sa formation résulte non seulement d'une convention sociale plus ou moins stricte, mais en premier lieu d'un processus psychologique d'objectivation. C'est cette faculté d'objectivation de l'esprit qui fait du soliloque une démarche raisonnable et proprement humaine. Parole et activité intellectuelle sont deux phénomènes distincts mais étroitement solidaires, certains disent même indissociables. Si une idée trouve difficilement une expression entièrement satisfaisante dans la parole, c'est-à-dire dans la langue actualisée, elle ne prend cependant corps que par l'expression de la langue, principale ressource du langage. C'est ce qu'exprime fort bien M. Dessaintes⁶ lorsqu'il écrit : « Sans doute y a-t-il toujours un élément logique dans la phrase; celle-ci prend sa source dans la pensée, que la pensée soit la perception de la réalité concrète ou la représentation abstraite. Les schèmes conceptuels se rangent en catégories de pensée, et celles-ci doivent s'intégrer tant bien que mal dans des catégories et des mécanismes grammaticaux. Mais la pensée n'aboutit qu'une fois informée par la langue, et la langue n'a de raison d'être que comme expression et véhicule de la pensée.

» A notre avis, poursuit le même auteur, une des raisons essentielles pour infirmer le parallélisme logico-psycho-grammatical réside dans le fait suivant, et que l'on n'a pas suffisamment mis en lumière : la pensée (états de conscience, états d'âme...) est non seulement intuitive et globale, mais intemporelle. Or, pour s'exprimer, elle doit se soumettre à la linéarité du discours, c'est-à-dire à des contingences temporelles et matérielles. La pensée se déforme toujours quelque peu en entrant dans les structures linguistiques. »

Comme l'usage d'une langue, sa compréhension implique donc plus qu'une simple convention; elle suppose l'intervention, le concours actif de l'intelligence. Or, jusqu'à nouvel ordre, l'intelligence doit être considérée comme une faculté proprement humaine. Cette distinction entre la pensée et ce que, par une trop facile analogie, on appelle parfois « cerveau électronique », il convient de l'avoir constamment à l'esprit lorsqu'on aborde les

⁶ *Eléments de linguistique descriptive*, La Procure, Namur-Bruxelles 1960, pp. 27 et 28.

problèmes de traduction automatique, si l'on veut éviter de verser dans la fiction.

La langue peut se définir comme un moyen d'expression constitué de signes — parlés ou écrits — groupés selon des règles particulières d'assemblage. En d'autres termes, vocabulaire, morphologie et syntaxe sont les composants matériels de la langue. La traduction réside essentiellement dans l'analyse d'un texte de langue A pour y découvrir un signifiant, support d'un signifié, et la restitution de ce signifié par la voie du signifiant correspondant dans une langue B. Cette opération n'est simple qu'en apparence. Tout discours, en effet, comprend, outre ce que nous avons appelé les composants matériels, des éléments implicites, sous-entendus ou signifiés globalement. Le discours n'a de cohérence et de raison d'être que par les synthèses successives et la plupart du temps inexprimées dont ses parties font l'objet. Il importe de remarquer en outre que les éléments de ces synthèses sont souvent extra-linguistiques : mémoire, connaissance du sujet ou de circonstances diverses, vie affective, activité sensorielle, etc.

Ainsi, lorsqu'un individu parle ou écrit, il ne fait pas uniquement appel à la connaissance qu'a de la langue utilisée son interlocuteur ou son lecteur; il doit aussi pouvoir compter sur les facultés mentales de ce dernier, et notamment sur son imagination créatrice, capable de suppléer aux carences de l'expression et de résoudre les ambiguïtés sémantiques. Illustrons ces considérations de quelques exemples :

L'agitateur est (fut) arrêté.

Nous aperçûmes aussi les *locataires* de nos *maisons*; ces dernières venaient à notre rencontre.

Nous aperçûmes aussi les maisons de nos *locataires*; ces dernières venaient à notre rencontre.

Je vois *bien qu'on* ne m'approuve pas (... ne m'approuvera pas...; je n'aie pas mes lunettes).

Un homme *lâche la frappe* (la bride, la bascule dans le vide).

Fiez-vous aux femmes !

De telles « difficultés » sont plus fréquentes qu'on ne serait tenté de le croire à première vue. Il suffit de s'imposer la lecture attentive de quelques pages d'un texte courant pour se rendre compte que la parole (langue actualisée) recèle bien des ambiguïtés d'ordre grammatical, que nous résolvons

grâce à notre faculté de comprendre, au sens général et étymologique du terme (*cum-prebendere*, prendre ensemble, saisir globalement).⁷

La grammaire ne suffit donc pas à lever certaines ambiguïtés sémantiques. *A fortiori*, la solution d'une traduction mot à mot ne peut-elle être considérée que comme tout à fait provisoire, même si, d'un point de vue pratique, elle n'est peut-être pas dénuée d'intérêt. Quant à l'idée d'assimiler la traduction à une opération de décodage, elle est aujourd'hui abandonnée : « Dans le codage et le décodage, écrit à ce sujet Panov⁸, nous ne changeons que la forme extérieure des mots, sans toucher au langage lui-même, et il est normal qu'un travail de ce genre s'accommode fort bien des méthodes formelles. Mais, dans la traduction, c'est le langage lui-même que nous modifions, c'est-à-dire le système entier de la pensée, système hautement complexe et nuancé, élaboré au cours des âges par chaque nation et qui est étroitement solidaire de la manière de penser et de vivre, et de l'histoire du peuple qui l'emploie. »

2. — *Le processus général de la traduction automatique.*

Ce processus comprend trois grandes étapes :

- analyse du texte à traduire, écrit en langue A (dite langue d'entrée ou langue source);
- conversion éventuelle des éléments d'analyse en éléments de synthèse;
- synthèse des éléments dans la langue B (dite langue de sortie ou langue cible).

La réalisation des première et troisième étapes exige une étude approfondie de la langue sur les plans du lexique, de la morphologie et de la syntaxe, le domaine de la sémantique s'étendant à tout le système linguistique. La deuxième étape, celle de la conversion, est requise dans tous les cas où il y a divergence entre les langues A et B quant aux moyens d'expression (subjonctif à rendre par un conditionnel, ou un impératif; élément à omettre ou à ajouter, dans le cas de l'article, par exemple, etc.).

⁷ Sans songer aux problèmes de traduction automatique, Ch. Bally écrivait déjà (*Linguistique générale et linguistique française*, p. 27) : « Pourquoi ne ferait-on pas une enquête complète sur les déficits de la langue normale ? Il vaudrait la peine de noter, au moment où elles surgissent, les fautes que l'on commet en parlant et en écrivant *correctement*. Ces notations, centralisées et commentées, constitueraient un riche matériel d'observation. On verrait que la pathologie de la langue correcte s'étend au lexique, à la syntaxe, à la morphologie, au système phonologique. On ne s'étonnera pas que, malgré l'indigence de la documentation, nous fassions çà et là quelques incursions dans ce domaine. »

⁸ P. Yu. PANOVA, *Automatic Translation*, Pergamon Press, 1960, pp. 51-52.

Les recherches relatives à l'analyse et celles qui concernent la synthèse comportent évidemment bien des points communs puisqu'elles tentent toutes deux à « programmer » des faits linguistiques, c'est-à-dire à découvrir ce qui, dans la langue, est susceptible de systématisation. Ces études sont même solidaires, les besoins des unes ne pouvant se définir qu'à la lumière des exigences des autres. Ainsi, dans le cas d'une traduction du type $A \rightarrow B$, l'analyse devra réunir, en vue de la synthèse, tous les éléments utiles contenus dans le texte d'entrée.

Analyse et synthèse ont cependant leurs problèmes propres. Nous indiquerons à ce sujet deux différences importantes.

a — Les études d'analyse, pour être d'une application assez étendue, doivent tenir compte de la diversité des moyens d'expression de la langue *A*, dans les limites — souvent imprécises d'ailleurs — de la correction grammaticale. Les études de synthèse, par contre, peuvent se contenter d'opérer un choix parmi les possibilités de la langue *B*; elles peuvent, par exemple, ne retenir qu'une orthographe là où la langue en fournit davantage, que quelques-unes des constructions disponibles pour marquer la condition, la causalité, le but, l'hypothèse.

b — La polysémie et l'homographie, qui posent certainement un des problèmes les plus ardues, n'ont d'importance qu'au stade de l'analyse.

3. — *Lexique, morphologie, syntaxe.*

a — Le lexique.

On sait à quelles grossières erreurs peut conduire l'usage incorrect d'un dictionnaire bilingue. Le français *temps* connaît en néerlandais deux principaux correspondants : *weer* et *tijd*. Il incombe au traducteur d'examiner le sens du contexte pour choisir le terme convenable. Placée devant le même problème, la machine ne pourra le résoudre que si l'exploration de la FORME du contexte fournit des éléments de choix objectifs et matériels, ensemble de signes préalablement répertoriés. Si la forme du contexte n'est pas suffisamment explicite, elle pourrait se contenter de noter *weer, tijd*, laissant au lecteur le soin de retenir le terme conforme au sens de la phrase.

Cette difficulté de polysémie proprement lexicale peut cependant être surmontée, du moins dans certains cas, indépendamment de toute recherche contextuelle. En effet, certains termes polysémiques ne sont généralement employés que dans un seul sens lorsqu'ils figurent dans un exposé à caractère scientifique. Le français *cœur*, par exemple, peut, selon le contexte, signifier : organe de la vie, siège des sentiments, centre (nous ne donnons ici que les sens principaux). Mais, dans une étude médicale, ce terme ne pourra fort probablement signifier que « organe de la vie ». On voit ici comment, par une intervention préalable au niveau du lexique, il serait

possible de trancher, ou plutôt de contourner la difficulté. Le problème de la polysémie lexicale se simplifie donc considérablement quand se réduit le champ d'investigation sémantique, en d'autres termes, lorsque le texte à traduire relève d'un domaine bien particulier de la pensée et du savoir. C'est la raison pour laquelle la constitution de lexiques spécialisés ou idioglossaires permet de simplifier les études linguistiques préparatoires aux travaux de programmation, et est de nature à accroître la qualité des textes obtenus par des procédés automatiques de traduction. L'expérience a toutefois montré que la multiplication des idioglossaires présentait de sérieux inconvénients. En effet, de nombreuses branches de la science ont en commun un important vocabulaire spécial, monovalent sur le plan sémantique. Une « bibliothèque » qui contiendrait tous les idioglossaires constituerait une source d'informations très redondante. Pour éviter un gaspillage de temps et d'argent, on a tendance actuellement à regrouper ces lexiques particuliers en un dictionnaire unique dont les rubriques fournissent, s'il y a lieu, les acceptions propres à telle ou telle discipline. Cette méthode exige évidemment que le programme de traduction indique à quelle branche de la science se rattache le texte à traduire.

Il peut arriver qu'en cours de travail la machine à traduire rencontre un mot qui n'a pas été inclus dans le lexique enregistré (nom propre, nombre écrit en chiffre, signe conventionnel, abréviation, néologisme, etc.). Dans ce cas, le terme est reproduit tel quel dans le texte de sortie, muni d'un indicatif signalant au lecteur qu'il s'agit d'une simple transcription de l'original. Cependant, lorsque la langue A est l'un de ces systèmes linguistiques qui permettent aux usagers de former des mots nouveaux par composition, il importe de prévoir un programme qui analyse systématiquement tout mot absent du lexique enregistré. On sait qu'en allemand, par exemple, la création de mots composés est un phénomène relativement fréquent.⁹

En ce qui concerne la traduction des expressions idiomatiques, de certains proverbes et locutions, on doit l'envisager comme une opération lexicale portant sur des ensembles de mots à traiter globalement. Ce procédé ne peut cependant, du moins dans tous les cas, faire abstraction des faits grammaticaux. Comparez, par exemple, les locutions suivantes :

Nom d'une pipe ! Sous le manteau.

Mutatis mutandis. De derrière les fagots. To make a long story short.

et Un (ou des, les, ces...) chevalier(s) d'industrie.

Tirer le diable par la queue.

⁹ Erwin REIFLER de l'Université de l'Etat de Washington, a commencé l'étude de ce problème en vue de la traduction automatique de l'allemand. Cf., entre autres travaux, « Mechanical Determination of the Constituents of German Substantive Compounds », *M T*, 2 (1955), n° 1, pp. 3-14.

b — La morphologie.

Pour marquer les rapports entre les parties du discours, la langue use non seulement de constructions déterminées (ordre des termes, prépositions...) mais elle recourt également à des flexions indiquant le genre, le nombre, la personne, le cas, la modalité, l'aspect, le temps, etc. L'abondance, la diversité et la complexité des règles morphologiques varient d'un système linguistique à l'autre.

De nombreux processus morphologiques présentent cependant un automatisme que l'élaboration d'un programme pourra souvent exploiter, et qui permettra une plus grande condensation de l'information au niveau du lexique. C'est notamment le cas pour le verbe, dont les formes — très nombreuses dans certaines langues — peuvent être considérées comme des combinaisons de radicaux particuliers et de terminaisons communes à tout le système de la conjugaison. Pour les besoins de l'enseignement, des grammairiens ont imaginé un moyen pratique de composer les diverses formes verbales françaises. Si ce procédé, dit de l'appareil des temps, n'est guère exploitable tel quel en T.A.L., certains de ses éléments méritent néanmoins d'être retenus. Sur cette base, nous avons élaboré un système qui ramène les 47 formes que comporte la conjugaison aux temps simples d'un verbe comme *blanchir* à une racine (génératrice de plusieurs radicaux) et 29 terminaisons, valables pour tous les verbes du même type. Au total, le système comporte trois types de conjugaison et 36 terminaisons. Une méthode semblable a permis de réaliser l'étude complète de la conjugaison composée et surcomposée de tous les verbes (même défectifs).

c — La syntaxe.

Ce chapitre de la grammaire concerne l'ordre des mots dans la proposition et des propositions dans la phrase, ainsi que les rapports entre les parties du discours (construction des divers types de propositions : tournures affirmatives, négatives, interrogatives, emploi des prépositions, moyens d'expression de la causalité, du but, de la condition, de l'hypothèse, etc.).

En principe, on peut dire que la syntaxe d'une langue est d'autant plus libre que son caractère flexionnel est plus prononcé. C'est parce qu'elles se servaient des cas pour marquer de très nombreux rapports grammaticaux que les langues latine et grecque offraient une syntaxe fort souple. L'ancien français comptait encore deux cas : le cas sujet et le cas régime; la disparition quasi totale du premier engendra un raidissement de la syntaxe, désormais soumise à des règles plus strictes. Sans doute, et à des degrés différents, les langues romanes et germaniques tendent-elles à uniformiser l'ordre des termes de la proposition. Mais les lois qui régissent cet ordre varient consi-

dérablement selon les langues. Il n'est pas douteux qu'en ce domaine la linguistique comparée ne soit d'un grand secours pour relever les différences et les similitudes entre les systèmes syntaxiques des langues.¹⁰

Notons enfin que ce qui a été dit, au chapitre du lexique, sur la traduction des textes dont les sujets sont nettement circonscrits et à caractère scientifique, reste valable pour la résolution des problèmes grammaticaux. Les ouvrages spécialisés, en effet, usent d'une langue qui n'exploite qu'une partie très réduite de l'éventail extrêmement varié des moyens syntaxiques.

4. — *Les différents types de T.A.L.*

Les recherches sur la T.A.L. n'ont pas la prétention de toucher au but du premier coup. Progressant par étapes, elles se corrigent et s'améliorent à la lumière des résultats fournis par l'expérimentation. Nous tenterons maintenant de décrire et de caractériser brièvement ces étapes, par ordre croissant de complexité.

a — *Le mot à mot non morphologique* constitue le stade le moins élaboré de la T.A.L. Toutes les formes de mots enregistrés de langue A figurent dans le lexique accompagnées de toutes les traductions possibles. Ce procédé est celui qui soulève le moins de difficultés d'ordre linguistique, mais il se révèle extrêmement lourd, tant sur le plan de la confection du lexique — très redondant — que pour la lecture des textes de sortie.

b — On pourrait appeler *mot à mot semi-morphologique* un système qui, après décomposition des mots de langue A en racines et désinences, fournirait les racines correspondantes de langue B, suivies des morphèmes de la langue A. Une telle traduction suppose des études théoriques préalables portant sur la morphologie de la langue d'entrée. Le lexique, beaucoup moins chargé que dans le mot à mot non morphologique, est complété par un programme d'analyse des formes. Locke et Booth¹¹ rapportent une expérience qui fut tentée dans ce sens par Yngve dans le but de montrer que la plupart des problèmes de polysémie rencontrés dans les textes étaient de nature grammaticale, morphologique ou syntaxique.

c — *Le mot à mot morphologique* apporte au procédé *b* un complément substantiel. Ici, l'analyse morphologique de la langue A est suivie d'une synthèse des formes en langue B.

d — Avec la *traduction lexico-grammaticale semi-automatique* du type $A \rightarrow B$ sont abordés les problèmes plus complexes de la syntaxe et de la polysémie. Le texte à traduire est adapté par un prééditeur aux possibilités définies par le lexique et les programmes d'analyse et de synthèse gramma-

¹⁰ Comparez par exemple les langues germaniques au point de vue de certaines constructions (inversion du sujet, rejet du verbe, place de l'adjectif épithète...).

¹¹ *Machine Translation of Languages*, London, 1955, p. 82.

ticaux et sémantiques. Un postéditeur, qui peut ignorer la langue B mais est familiarisé avec la langue de synthèse de la machine, remanie éventuellement le texte de sortie de façon à le rendre plus « lisible ».

e — La traduction *lexico-grammaticale automatique* du type $A \rightarrow B$ serait le produit d'une machine disposant de tous les programmes nécessaires pour lever la plupart ou la totalité des ambiguïtés sémantiques. Elle représente le stade de l'automatisme intégral.

f — Il faut enfin signaler le système appelé *G(eneral) M(echanical) T(ranslation)* qui, dans l'état actuel, n'a qu'une existence toute théorique. Ce système, qui devrait permettre des traductions multilatérales ($A \rightleftharpoons B$; $A \rightleftharpoons C$; $B \rightleftharpoons C$, etc.), utiliserait une langue intermédiaire artificielle qui serait, en quelque sorte, le lieu commun de plusieurs langues naturelles. Les recherches en vue d'obtenir la réalisation beaucoup plus modeste d'une traduction unilatérale $A \rightarrow B$ soulèvent de telles difficultés que le projet de systèmes de traductions bilatérales $A \rightleftharpoons B$ ou multilatérales $A \rightleftharpoons C \rightleftharpoons B \rightleftharpoons A...$ semble actuellement, sinon abandonné, du moins ajourné à très longue échéance.

Il va de soi que tous ces types de traduction connaissent de très nombreuses variantes, plus ou moins importantes. Faire le point des résultats acquis est donc une tâche très malaisée, d'autant qu'un nombre toujours croissant de centres et de laboratoires poursuivent des recherches dans le domaine de la T.A.L. Les couples de langues les plus étudiées sont les suivantes : russe \rightleftharpoons anglais; allemand \rightarrow anglais; anglais \rightleftharpoons chinois; anglais \rightarrow japonais; français \rightarrow russe. Sur le plan des réalisations, on s'oriente généralement vers un mot à mot morphologique de plus en plus élaboré, et plusieurs résultats montrent que des programmes existent d'ores et déjà qui, dépassant le stade du mot à mot, assurent l'application de certaines règles syntaxiques et la résolution de quelques difficultés de polysémie grammaticale.

CONCLUSIONS

L'idée de confier à une machine des travaux de traduction a suscité et suscité encore ce qu'il est convenu d'appeler des réactions en sens divers.

Un inconscient besoin de merveilleux amène certains à rendre les réalisations de la science et de la technique modernes plus merveilleuses encore qu'elles ne le sont. Une personne de mes connaissances ne m'affirmait-elle pas dernièrement que, dans les réunions internationales importantes, des machines traduisaient simultanément et oralement les paroles des conférenciers ? Je ne parvins pas à convaincre mon interlocuteur enthousiaste que son imagination lui faisait pour le moins brûler les étapes, que, par des associations prématurées, il devait prendre des vessies pour des lanternes puisque enfin ces machines, remarquables en vérité, étaient des interprètes.

Tout aussi dangereuse est l'attitude paralysante du sceptique. Loin de s'en réjouir, certains redoutent la perspective d'une traduction automatique, dont ils considèrent le principe même comme une manière d'insulte, un procédé irrévérencieux à l'égard de la langue et de la pensée. Ceux-là oublient peut-être que la langue est un moyen subordonné à une fin dont la réalisation apparaît de jour en jour plus nécessaire : faciliter la collaboration scientifique internationale et, de façon générale, les relations humaines.

D'autres encore doutent du résultat final parce qu'une connaissance approfondie d'une ou plusieurs langues les amène à constater l'extraordinaire complexité des systèmes linguistiques. Peut-être conviendrait-il néanmoins qu'ils prennent davantage conscience des moyens de l'automatisme et du caractère pratique des buts visés par la T.A.L.

Ces prises de position extrêmes nous permettent de mieux définir quelle est l'attitude, empreinte de réalisme, qu'il convient d'adopter à l'égard du principe de la T.A.L.

1) La réalisation de la T.A.L. demandera encore des études fondamentales importantes avant que l'on puisse considérer le problème comme résolu d'une manière satisfaisante. Mais, comme le dit Figaro : « La difficulté de réussir ne fait qu'ajouter à la nécessité d'entreprendre ».

2) Les recherches sur la T.A.L. ne pourront sans doute aboutir que si elles se développent harmonieusement et par améliorations successives. Aborder la traduction d'œuvres littéraires en prose, et à plus forte raison en vers, apparaît comme une entreprise, sinon hasardeuse, du moins semée d'embûches. En tout cas, elle n'aura de sens que si les problèmes moins ardues que pose la traduction de textes scientifiques ont reçu une solution valable.

3) La nouveauté des moyens mis en œuvre pour traduire automatiquement ne postule pas, à notre sens, le recours à des méthodes d'analyse linguistique révolutionnaires. Rompre avec la tradition en ce domaine, c'est se priver à coup sûr des enseignements d'une science qui a déjà accompli de très importants travaux sur la codification et l'étude comparée des langues.

4) Enfin, les études de traduction automatique appellent la collaboration du linguiste et de l'ingénieur. Si le premier est armé pour étudier le fait linguistique, le second possède la maîtrise de l'outil capable de mettre en œuvre les études théoriques. Dans la réalisation d'un projet aussi vaste et complexe que la T.A.L., les activités de l'un et de l'autre doivent s'exercer solidairement. Les méthodes de travail du linguiste ne peuvent se définir qu'à la lumière des indications fournies par l'ingénieur sur les possibilités et les limites des machines à traiter l'information. De son côté, l'ingénieur ne peut œuvrer avec fruit que si la matière de son expérimentation a été soigneusement préparée par le spécialiste de la langue.

Prix de vente

Au numéro : Belgique 75 FB
Etranger 90 FB
Abonnement : Belgique 250 FB
(4 numéros) Etranger 300 FB

Tarif de publicité

(4 numéros)

La page : 5.000 F
La 1/2 page : 3.000 F
Le 1/4 page : 2.000 F

Les frais de clichés sont à charge de l'annonceur.

Publications d'articles

- 1) La Revue est ouverte aux articles traitant de statistique pure et appliquée, de recherche opérationnelle et de « quality control ».
- 2) Les manuscrits seront dactylographiés et peuvent être envoyés au secrétariat de la Revue : 66, rue de Neufchâtel, Bruxelles 6.
- 3) Les auteurs d'articles techniques recevront 25 tirés à part de leurs textes.
- 4) La responsabilité des articles n'incombe qu'à leurs auteurs.

Verkoopprijs

Per nummer : België 75 BF
Buitenland 90 BF
Abonnement : België 250 BF
(4 nummers) Buitenland 300 BF

Advertentietarief

(4 nummers)

Per bladzijde : 5.000 F
Per 1/2 bladzijde : 3.000 F
Per 1/4 bladzijde : 2.000 F

De cliché-onkosten vallen ten laste van de adverteerders.

Publicaties van artikels

- 1) Het Tijdschrift neemt artikels aan over wiskundige statistiek en toepassingen, over operationeel onderzoek en kwaliteitszorg.
- 2) De teksten dienen getipt gestuurd te worden naar het secretariaat van het Tijdschrift : 66, Neufchâtelstraat, Brussel 6.
- 3) De auteurs ontvangen 25 overdrukken van de technische artikels.
- 4) De auteurs zijn alleen verantwoordelijk voor de inhoud van hun teksten.