

**REVUE BELGE DE STATISTIQUE
ET DE RECHERCHE OPERATIONNELLE**

**Vol. 11 - N° 2
AOUT 1971**

**BELGISCH TIJDSCHRIFT VOOR STATISTIEK
EN OPERATIONEEL ONDERZOEK**

**Vol. 11 - N° 2
AUGUSTUS 1971**

La « Revue Belge de Statistique et de Recherche Opérationnelle » est publiée avec l'appui du Ministère de l'Education nationale et de la Culture, par les Sociétés suivantes :

SOGESCI. — Société Belge pour l'Application des Méthodes scientifiques de Gestion.

Secrétariat : rue du Neufchâtel, 66
- 1060 Bruxelles. Tél. 37.19.76.

S.B.S. — Société Belge de Statistique.
Siège social : rue de Louvain, 44
- 1000 Bruxelles.

Secrétariat : rue de Louvain, 44
- 1000 Bruxelles.

Comité de Direction

P. GENNART, Ingénieur civil, Professeur-Directeur du Centre de Calcul numérique à l'E.R.M.

S. MORNARD, Licencié en Sciences.

R. SNEYERS, Docteur en Sciences, Chef de Section à l'Institut Royal Météorologique de Belgique.

Comité de Screening

P. GENNART.

F. LAMBERT, Professeur à la Faculté Polytechnique de Mons.

R. SNEYERS.

Rédaction

R. SNEYERS, Institut Royal Météorologique de Belgique, avenue Circulaire, 3 - 1180 Bruxelles.

Secrétariat

J.H. LENTZEN, rue de Neufchâtel, 66 - 1060 Bruxelles - Tél. 37.19.76.

Het « Belgisch Tijdschrift voor Statistiek en Operationeel Onderzoek » wordt uitgegeven met de steun van het Ministerie van Nationale Opvoeding en Cultuur, door de volgende Verenigingen :

SOGESCI. — Belgische Vereniging voor Toepassing van Wetenschappelijke Methodes in het Bedrijfsbeheer.

Secretariaat : Neufchâtelstraat, 66
- 1060 Brussel - Tel. 37.19.76.

S.B.S. — Belgische Vereniging voor Statistiek.

Maatschappelijke zetel : Leuvensestraat, 44 - 1000 Brussel.

Secretariaat : Leuvensestraat, 44 - 1000 Brussel.

Directie Comité

P. GENNART, Burgerlijk Ingenieur, Hoogleraar-Directeur van het Rekencentrum van de K.M.S.

S. MORNARD, Lic. in de Wetenschappen.

R. SNEYERS, Dr in de Wetenschappen, Afdelings-Chef bij het Koninklijk Meteorologisch Instituut van België.

Screening Comité

P. GENNART.

F. LAMBERT, Professor bij de Faculté Polytechnique de Mons.

R. SNEYERS.

Redactie

R. SNEYERS, Koninklijk Meteorologisch Instituut van België, Ringlaan, 3 - 1180 Brussel.

Secretariaat

J.H. LENTZEN, Neufchâtelstraat, 66
- 1060 Brussel. - Tel. 37.19.76.

REVUE BELGE DE STATISTIQUE ET DE RECHERCHE OPERATIONNELLE

VOL. 11 - N° 2 - AOUT 1971

VOL. 11 - N° 2 - AUGUSTUS 1971

SOMMAIRE — INHOUD

A.J. RUTGERS. — Rational determination of the marketing expenditure	2
M. ROUBENS. — Sur un modèle de gestion de stock sur seuil avec revision cyclique ou continue et délai de livraison	13
Rapport de la Commission nationale belge au Congrès sur l'enseignement de la recherche opérationnelle (Istanbul - Turquie 31/8-4/9/70)	29
Publications reçues — Ontvangen publicaties	44

BELGISCH TIJDSCHRIFT VOOR STATISTIEK
EN OPERATIONEEL ONDERZOEK

RATIONAL DETERMINATION OF THE MARKETING EXPENDITURE

A.J. RUTGERS
Ghent (Belgium)

SUMMARY. — A mathematical theory is developed for the marketing expenditure, starting from a differential equation, in which the decrease of the marketing elasticity with increasing marketing expenditure is expressed. The integration yield s-shaped curves, and introduces a constant c , *the marketing resistivity*, the numerical value of which is to be determined empirically. This result is perfectly suited to account for the empirical features of marketing, where a characteristic difference exists between various products (cars : low marketing resistivity, cosmetics : high marketing resistivity).

The optimal marketing effort is calculated and yields very reasonable results.

Finally, another type of marketing is discussed, the type in which the marketing expenditure is included in the price; the results for optimal gain are discussed.

§ 1. The subject of our paper is extensively treated in many handbooks. We refer to Kotler's *Marketing Management*, p. 272-287, and especially figures 12-2 a and b, and figure 12-5. However, it is easily seen that the given formulae do not represent the drawn curves; the curves have $y = 0$ at $x = 0$; of all the formulae of figures 12(a), 12(b), only the formula $y = ax$ satisfies this requirement. Further, the formulae and curves of figure 12-5 seem acceptable; but if the curves had been prolonged further, they would, according to the proposed formulae, go down again : Decreasing sales with increasing marketing expenditure, which is not acceptable. Therefore this note may be of some interest, the more so because marketing expenditure runs into the billions of dollars.

§ 2. The simplest assumption which can be made in this field is

$$\frac{dS}{S} = \alpha \frac{dM}{M} \quad (1)$$

where dS/S is the fractional increase of sales, dM/M the fractional increase of marketing expenditures, and where α is a constant.

For this case α coincides with e_m , the marketing expenditure elasticity. Although we will have to modify this equations later, let us first write down its integration

$$\ln S = \alpha \ln M + \ln S_l; \quad S = S_l M^\alpha \quad (2)$$

Three types of $S(M)$ curves are possible :

- (a) $\alpha < 1$ curve concave towards M-axis; slope at origin infinite
- (b) $\alpha = 1$ curve linear; slope finite
- (c) $\alpha > 1$ curve convex towards M-axis; slope at origin vanishing.

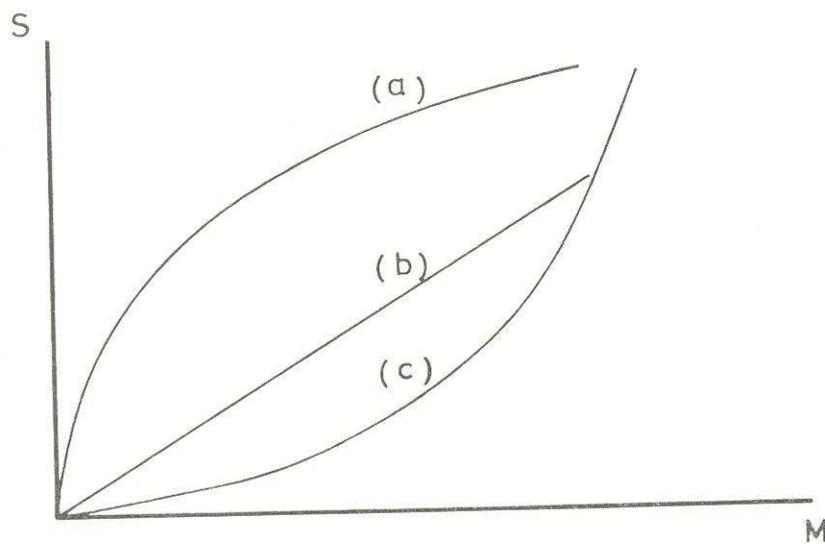


Fig. 1. — $S(M)$ for $\alpha \begin{matrix} < \\ = \\ > \end{matrix} 1$.

Our three curves have one thing in common : for $M = \infty$, S becomes infinite. Since this is clearly impossible, we correct equation (1) by adding an appropriate term. Before doing this, we point out that Kotler's curves (fig. 12-2(a) and fig. 12-5) are of our type (a), and that the lower part of his curve 12-2(b) is of our type (c). In this way we obtain a considerable simplification and clarification.

§ 3. As our next step we'll modify our fundamental differential-equation (1) in such a way that the sales will show a limit S_l for high marketing expenditure. This can be done simply by writing

$$\frac{dS}{S} = \alpha \left(1 - \frac{S}{S_l}\right) \frac{dM}{M} \quad (3a)$$

or, what is equivalent

$$\frac{dS}{dM} = \alpha \left(1 - \frac{S}{S_l}\right) \frac{S}{M} \quad (3b)$$

In fact, we see that for $S = S_l$, $dS/dM = 0$, hence no increase of sales is obtained; while for $S/S_l \ll 1$, we are carried back to equation (1).

We may remark that the elasticity of the marketing expenditure is given by

$$e_m = \frac{dS/S}{dM/M} = \alpha \left(1 - \frac{S}{S_l}\right) \quad (4)$$

Thus we see that e_m is not a constant, but a quantity varying linearly from its maximum value ($= \alpha$) at $S = 0$ to its lowest value ($= 0$) at $S = S_l$.

It is easily seen that integration of equation (3b) will yield curves of the following type.

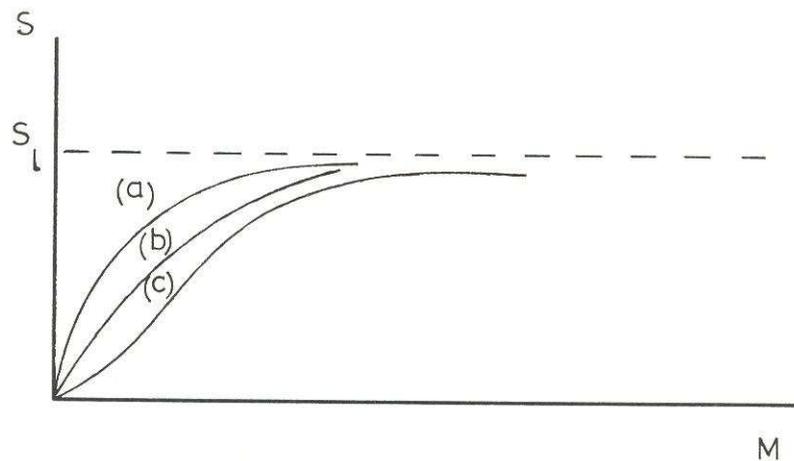


Fig. 2. — Integration of eq. (3b).

It is satisfactory that in this way we have a simple equation giving a curve of the shape of Kotler's [fig. 12-2(b)].

Curves of type (c) have an inflexion point (i) and a contact point (c) with the tangent from 0. It is easily proved that

$$s_i = \frac{S_i}{S_l} = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{1}{\alpha}\right) \quad (5)$$

$$s_e = \frac{S_i}{S_l} = 1 - \frac{1}{\alpha} \quad (6)$$

and therefore

$$S_i = \frac{1}{2} S_e \quad \text{and} \quad s_i = \frac{1}{2} s_e \quad (7)$$

Let us now integrate our equation (3b). We see from equations (5) and (6) that it is useful to express our quantities S and M using S_l as a unit; we write

$$s = \frac{S}{S_l} \quad m = \frac{M}{S_l} \quad (8)$$

Equation (3b) then takes the form

$$\frac{ds}{dm} = \alpha(1-s) \frac{s}{m} \quad \text{or} \quad \frac{ds}{s(1-s)} = \alpha \frac{dm}{m} \quad (9)$$

The quantities s and m measure the sales and the marketing expenditure, no longer in dollars, but as a fraction of the sales limit.

Equation (9) can be written as

$$\frac{ds}{s} + \frac{ds}{1-s} = \alpha \frac{dm}{m} \quad (10)$$

Integration gives

$$\ln s - \ln(1-s) = \alpha \ln m + \ln c^{-1} \quad (11)$$

where c is an integration constant.

Equation (11) can be written as

$$\frac{s}{1-s} = c^{-1} m^\alpha \quad (12)$$

Or also

$$\begin{aligned} \frac{1-s}{s} &= \frac{c}{m^\alpha} \\ \frac{1}{s} - 1 &= \frac{c}{m^\alpha} \\ \frac{1}{s} &= 1 + \frac{c}{m^\alpha} = \frac{m^\alpha + c}{m^\alpha} \\ s &= \frac{m^\alpha}{m^\alpha + c} \end{aligned} \quad (13)$$

With this result, our problem, the dependance of s on m has been solved.

First of all, let us represent our result (13) graphically; this has been done in

fig. 3a : $s(m)$ for $\alpha = 2$ and $c = 0.01, 0.05, 0.1, 0.2, 0.3$ and 0.4 ,

fig. 3b : $s(m)$ for $\alpha = 3$ and $c = 0.01, 0.05, 0.1, 0.2, 0.3$ and 0.4 .

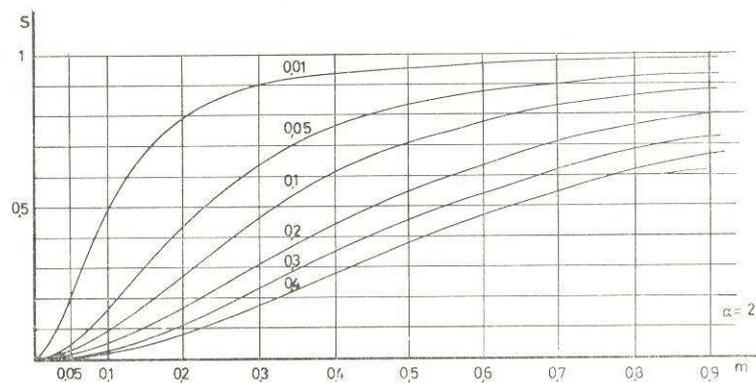


Fig. 3a. — Curves according to eq. (17) for $\alpha = 2$ and $c = 0.01, 0.05, 0.1, 0.2, 0.3, 0.4$.
 $s_e = 1/2$ $s_i = 1/4$

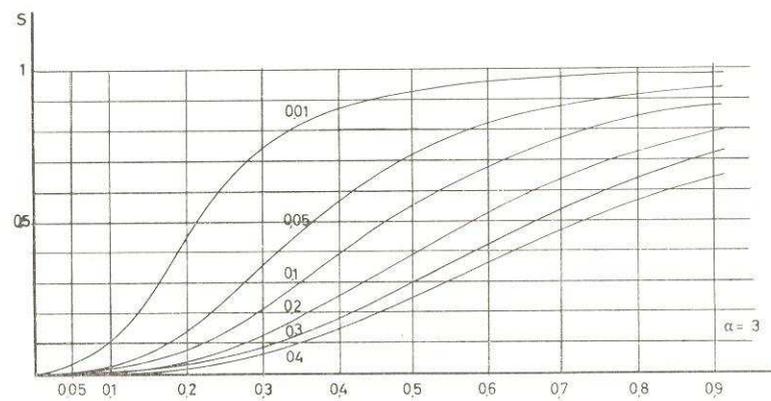


Fig. 3b. — Curves according to eq. (17) for $\alpha = 3$ and $c = 0.01, 0.05, 0.1, 0.2, 0.3, 0.4$.
 $s_e = 2/3$ $s_i = 1/3$

Our solution contains two constants, α and c ; α is a constant occurring already in the differential equation; its value can be determined with the aid of the equations (4) and (8). The constant c , however, is of a quite

different character; it has a value which varies in a characteristic way from product to product; it appears from the curves of figures 3a and 3b that the constant c might be called the *marketing resistivity* of the product, for the curves with a high value of c (great marketing resistivity) require a high marketing expenditure in order to attain a reasonable value of s ; for curves of low c this expenditure is much lower. This follows also from equation (13) : c is the value of m^α , where $s = \frac{1}{2}$; this value will be high for products with high marketing resistivity.

It will be recognized at once that the empirical features of marketing require this conception of marketing resistivity; it is satisfactory that our theory produces this feature without extra assumptions.

To show this explicitly, let us consider how these results must be applied in a particular case. With

$$\alpha = \frac{e_m}{1-s} \quad (14)$$

we see that a producer has to determine e_m experimentally, and that he must estimate his value of s ; then he can calculate α from (14).

Further, if equation (12) is written as

$$c = m^\alpha \frac{1-s}{s} \quad (12)$$

a producer can calculate the value of c for his product from his actual values of m , α and s , and thus give his marketing a scientific basis.

Let us now consider a number of industries, for which we have estimated the values of m from the literature, and for which we have taken $\alpha = 2$, and $s = 0.8$, assuming that this is an acceptable value for a producer who is in business since a long time together with other competitors.

Thus we find for:	m	c
a. The Car Industry	0.08	0.0016
b. General Consumption Articles	0.18	0.008
c. Soap and Washing Preparations	0.32	0.025
d. Cosmetics	0.41	0.04

We now find the following $s(m)$ curves.

The quantity c varies strongly from product to product, from 0.0016 for cars to 0.04 for cosmetic articles.

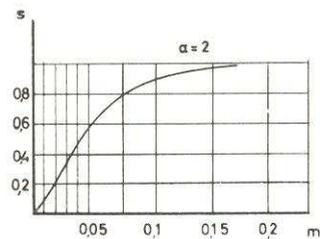


Fig. 4a. — Cars.
 $c = 0.0016$.

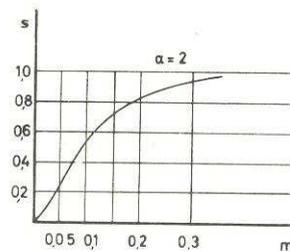


Fig. 4b. — General Consumption
Articles. $c = 0.008$.

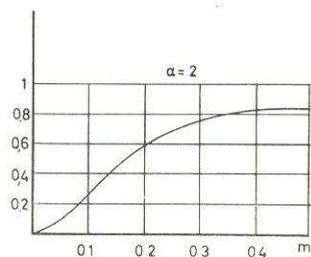


Fig. 4c. — Soap and Washing Prep.
 $c = 0.025$.

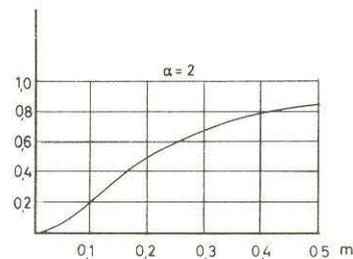


Fig. 4d. — Cosmetics.
 $c = 0.04$.

We can read directly from equation (13) that $c = m^{\alpha}$, when m is the (fractional) marketing expenditure necessary to attain 50% of the maximal sales attainable. This is easily verified in all curves of figure 4.

We think that the theory presented here can be characterized in the following way :

In our economical community marketing has developed itself in an autonomic way; thus it has arrived at its present shape, from which one of the most interesting features is the big difference in relative marketing expenditure, when we compare products as sewing machines, or cars, on the one hand, and cosmetics on the other; well then, our theory provides quite naturally the necessary scheme, in which any product finds its appropriate place, by means of the special value of the integration constant c , the marketing resistivity, for each product.

§ 5. We now come to the problem to determine the *optimal marketing expenditure*. According to Kotler (p. 272) one might be inclined to indicate the point of inflection, where

$$s_i = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{1}{\alpha}\right) \quad (5)$$

but he argues further that this criterion does not make sense. Let us therefore answer our question in a mathematical way.

Let G be the gain, S the sales, C the cost, O the overhead, M the marketing expenditure, and P the material production cost, then we have

$$\begin{aligned} G &= S - C = S - [O + M + P] = S \left(1 - \frac{P}{S}\right) - O - M \\ &= S(1 - \beta) - O - M \end{aligned} \quad (15)$$

$$\text{where} \quad \beta = P/S \quad (16)$$

the material production cost as a fraction of the sales value, a quantity well-known to the producer.

We now have, for the maximum of the G(M) curve

$$\frac{dG}{dM} = (1 - \beta) \frac{dS}{dM} - 1 = 0 \quad (17)$$

$$\frac{dS}{dM} = \frac{1}{1 - \beta} \quad (18)$$

or also

$$\frac{ds}{dm} = \frac{1}{1 - \beta} \quad (19)$$

Now, according to equation (13)

$$s = \frac{m^\alpha}{m^\alpha + c} \quad (13)$$

Hence

$$\frac{ds}{dm} = \frac{(m^\alpha + c) \alpha m^{\alpha-1} - m^\alpha \alpha m^{\alpha-1}}{(m^\alpha + c)^2} = \frac{1}{1 - \beta}$$

$$\frac{c \alpha m^{\alpha-1}}{(m^\alpha + c)^2} = \frac{1}{1 - \beta}$$

$$(m_0^\alpha + c)^2 - (1 - \beta) c \alpha m_0^{\alpha-1} = 0 \quad (20)$$

where m_0 indicates the optimal marketing expenditure.

We solve this equation by writing

$$m_0^\alpha + c = \sqrt{(1 - \beta) c \alpha} m_0^{\alpha-1} \quad (21)$$

and plotting left hand side and right hand side as a function of m ; the intersection point Q indicates the value of m_0 .

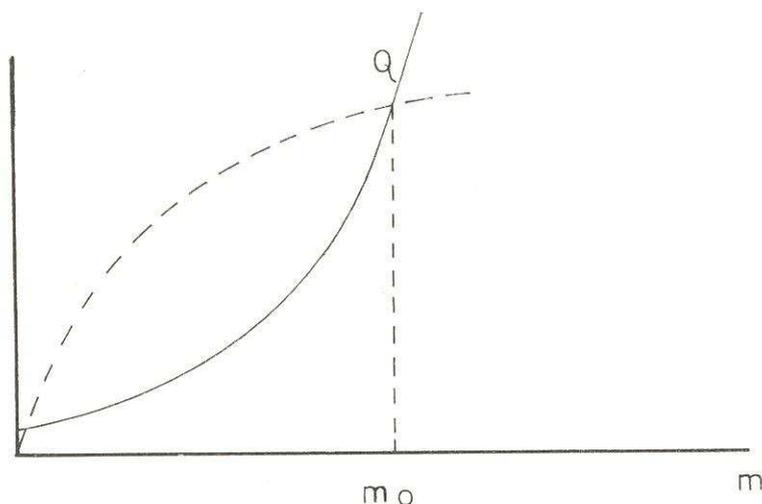


Fig. 5. — How to solve the eq. (21).

Often the contribution of c is not important in m_0^α ; then, for a first approximation, we may there put $c = 0$; for the case $\alpha = 2$ we then find

$$m_0^3 = (1 - \beta) c \alpha \quad (22)$$

For the car industry, with, say, $\beta = 4/5$, $1 - \beta = 1/5$, $c = 0.0016$, we find

$$m_0^3 = 0.000640; \quad m_0 = 0.086$$

which is quite a reasonable answer (cf. fig. 4a) for it corresponds with $s = 0.82$.

We may point out, perhaps, that m_0 is very far away from m_i (Kotler, p. 272), which is in our case equal to 0.023.

[For the inflexion-point we have, according to (5)

$$s_i = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{1}{\alpha}\right) = 0.25; \quad \frac{1}{s_i} = 4$$

Further, according to equation (12), with $\alpha = 2$, we have

$$m_1^2 = \frac{c}{(1/s_1) - 1} = \frac{0.0016}{3} + 0.00053; \quad m_1 = 0.023].$$

It is easily seen that our theory works also satisfactorily at the other end of the range (fig. 4d). If we put here $\beta = 1/5$, $1 - \beta = 4/5 = 0.8$, $\alpha = 2$, $c = 0.04$, we find

$$m_0^3 = 0.060; \quad m_0 = 0.4$$

which is again quite reasonable, for it corresponds with $s = 0.80$; and higher values of s would require much heavier marketing expenditure.

§ 6. It is, perhaps, useful to point out that we have taken the producer's sales price as fixed; this means that the gain increases because the number of units sold increases when the marketing effort is intensified.

In another industry there might be no need to keep the sales price fixed, but to let it absorb the marketing expenditure partly or wholly.

Only in this last case the problem is completely defined. Now, in the derivation of equation (3a), the unit price p was assumed to be a constant; if this is no longer true, we write, in stead of (3a)

$$\frac{dN}{N} = e_m \frac{dM}{M} - e_p \frac{dp}{p} \quad (23)$$

Here we have introduced N , the number of units sold; e_m is the marketing elasticity; and we had to include in the right hand side of equation (23) a term $e_p dp/p$, expressing the relative decrease in the number of units sold, caused by a relative increase in price; e_m and e_p may be functions of N .

Now we have

$$p = p_p + g + m \quad (24)$$

The price is composed of production price, gain, and marketing expenditure, all per unit.

The total gain is

$$G = Ng \quad (25)$$

Using

$$M = Nm; \quad \ln M = \ln N + \ln m; \quad \frac{dM}{M} = \frac{dN}{N} + \frac{dm}{m} \quad (26)$$

we obtain, from equations (23) and (26)

$$\frac{dN}{N} = e_m \left(\frac{dN}{N} + \frac{dm}{m} \right) - e_p \frac{dp}{p} \quad (27)$$

We have further, from (24)

$$dp = dm \quad (28)$$

Hence

$$(1 - e_m) \frac{dN}{N} = \left(\frac{e_m}{m} - \frac{e_p}{p} \right) dm \quad (29)$$

In this case the gain is optimal when N is optimal, when $dN = 0$, or $dN/N = 0$, hence when

$$\frac{e_m}{m_0} = \frac{e_p}{p} \quad (30)$$

Or when

$$m_0 = \frac{e_m}{e_p} p = \frac{e_m}{e_p} (p_p + g + m_0) \quad (31)$$

$$m_0 \left(1 - \frac{e_m}{e_p} \right) = \frac{e_m}{e_p} (p_p + g)$$

$$m_0 = \frac{e_m/e_p}{1 - e_m/e_p} (p_p + g) \quad (32)$$

Discussion.

It follows from equation (23) that our e_p is defined as a *positive* quantity.

$e_p > e_m$ Equation (32) gives us the optimal value of m

$e_p = e_m$ There is no optimal value of m ; the producer, who includes his marketing expenditure in his price can go on to do so, until e_m will become smaller than e_p

$e_p < e_m$ As sub $e_p = e_m$.

**SUR UN MODELE DE GESTION DE STOCK SUR SEUIL
AVEC REVISION CYCLIQUE OU CONTINUE
ET DELAI DE LIVRAISON**

M. ROUBENS
Faculté polytechnique de Mons

1. Introduction.

Nous calculons le point de commande en fonction de la fréquence ou de l'importance moyenne de la pénurie pour un niveau de service donné. Le mode de gestion sur seuil ou point de commande est adopté en considérant le lot de commande préalablement optimisé ou fixé par un standard de production.

Si z représente le point de commande, q le lot de commande, T le cycle de révision — dans le cas d'une révision cyclique — et L le délai de livraison, nous considérons le modèle $(z, nq; T, L)$ où :

- T est supposé déterminé par les occasions d'achat, le temps mort administratif, ...
- q est fixé (formule de Wilson ou extensions, ...)
- L est constant (une extension au cas aléatoire est cependant envisagée au paragraphe 6)
- la variable d'action z est optimisée en fonction d'un critère de qualité de service.

Le critère classique d'équilibre des coûts d'entretien et de défaillance n'a pas été retenu, le coût de pénurie étant, dans la plupart des cas, difficilement quantifiable.

La demande, supposée aléatoire, est estimée par une méthode de lissage [1, 7].

A chaque fin de période T , les clients étant patients, les ressources (stock en magasin + commande en cours — demandes en cours) sont comparées au niveau z . Si les ressources sont inférieures à z , un multiple de q est commandé de manière à porter ces ressources dans la bande $(z, z + q]$.

Ce mode de gestion implique la possibilité d'approvisionnement de manière non périodique. Il se prête particulièrement bien à une gestion intégrée des stocks de distribution [4, 5].

Nous avons pu constater que, trop souvent, la gestion d'un stock à révision cyclique est considérée par le praticien comme une extension de la révision continue par simple substitution du délai de couverture ($T + L$) au délai de livraison L . Si cette manière de procéder se justifie pour la prévision des demandes, elle entraîne des erreurs d'appréciation non négligeables du niveau de service.

2. Les modèles.

On peut représenter de manière schématique (fig. 1) le processus correspondant au modèle à révision continue ($z, q; L$).

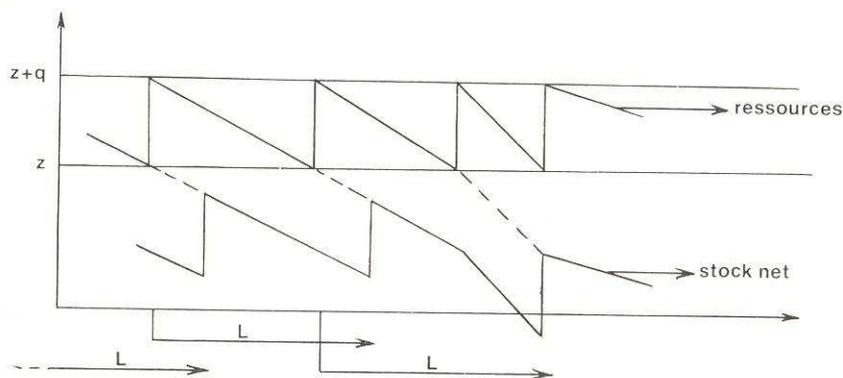


Fig. 1.

Le modèle à révision cyclique ($z, nq; T, L$) donne lieu à un schéma semblable (fig. 2).

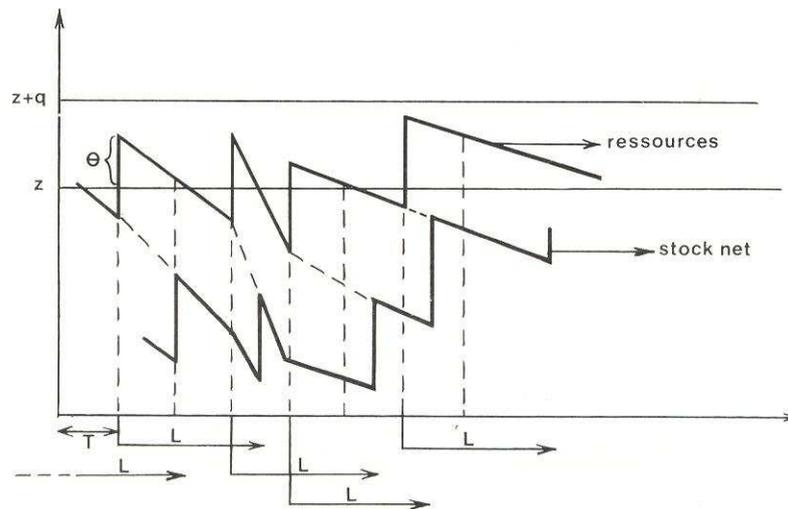


Fig. 2.

Dans ce dernier cas, appelons $(z + \theta)$ l'état des ressources après chaque révision, une commande étant ou n'étant pas lancée. Cette variable aléatoire est distribuée de manière uniforme sur $(z, z + q)$ si les demandes sur les cycles de révision sont indépendantes. La propriété est démontrée notamment dans [3, p. 252].

3. Prédiction de la demande.

Soit $Y(\tau)$ la demande durant une période τ . Par une méthode de lissage, il est possible de prévoir, à l'instant t , la demande sur la période $(t, t + \tau)$, soit $\hat{Y}(\tau)$. A cette estimation correspond une erreur de prévision $e(\tau) = Y(\tau) - \hat{Y}(\tau)$.

Brown a déduit par une technique de simulation [1, chap. 19] que la distribution de $e(\tau)$ est gaussienne, quelle que soit la nature de la distribution de la demande. La moyenne de $e(\tau)$ est évidemment nulle si le modèle de prévision est adéquat. Un signal d'alarme peut d'ailleurs être prévu en vue de déceler un écart éventuel à cette valeur centrale. La variance de $e(\tau)$ est notée $\sigma^2 e(\tau)$.

4. Détermination de z sur base de la fréquence des pénuries par cycle de réapprovisionnement.

4.1. Considérons le cas d'une révision continue. Il y a pénurie si la demande durant le délai de livraison dépasse le seuil z ; en bref, si $Y(L) > z$.

z est défini comme étant la somme de la demande moyenne prévue sur la période L et du stock de sécurité. Le stock de sécurité (SS) est choisi comme un multiple de l'écart-type des erreurs de prévision :

$$SS = k \sigma e(L).$$

Fixer z revient à déterminer k , parfois appelé *facteur de service*. En désignant par $(1 - \alpha)$ le *niveau de service* attendu, nous obtenons :

$$\alpha = P \{Y(L) > \hat{Y}(L) + k \sigma e(L)\}.$$

α représente la fréquence de rupture de stock sur un cycle de réapprovisionnement (durée séparant deux réceptions de marchandise).

En vertu du résultat avancé au paragraphe 3 :

$$\frac{Y(L) - \hat{Y}(L)}{\sigma e(L)} = u$$

est une variable normale réduite.

Si $F(k)$ représente la fonction de répartition d'un $N(0, 1)$, il vient :

$$\alpha = 1 - F(k). \quad (1)$$

4.2. Dans le cas d'une révision cyclique de cycle T , la pénurie se présente si $Y(T + L) > z + \theta$.

Rappelons le caractère uniforme de θ et notons :

$$a(\tau) = \frac{q}{\sigma e(\tau)}.$$

Il vient successivement :

$$\begin{aligned} \alpha &= P \{Y(T + L) > \hat{Y}(T + L) + k \sigma e(T + L) + \theta\}, \\ &= P \{u > k + \theta/\sigma e(T + L)\}, \\ &= \frac{1}{q} \int_0^q \int_{k+y/\sigma e(T+L)}^{\infty} f(u) du dy, \end{aligned}$$

$$= \frac{1}{a(T+L)} \int_0^{a(T+L)} \int_{k+x}^{\infty} f(u) du dx.$$

$f(u)$ est la densité de probabilité d'une $N(0, 1)$.

Par permutation des signes d'intégration, nous obtenons :

$$\alpha = \frac{1}{a(T+L)} \left[\int_k^{\infty} (u-k) f(u) du - \int_{k+a}^{\infty} (u-k-a) f(u) du \right]$$

Introduisons enfin l'espérance mathématique :

$$E(u \geq k) = \int_k^{\infty} (u-k) f(u) du.$$

Nous obtenons alors :

$$\alpha = \frac{E(u \geq k) - E\{u \geq k + a(T+L)\}}{a(T+L)}. \quad (2)$$

La valeur de $E(u \geq k)$ s'obtient aisément — u est distribuée $N(0, 1)$ — par la relation :

$$E(u \geq k) = f(k) - k \{1 - F(k)\}.$$

Cette fonction est tabulée en annexe.

Le passage de la révision continue à la révision cyclique ne peut se faire par simple transformation de L en $(T+L)$. Cette procédure conduit à des erreurs d'appréciation du niveau de service. A titre d'exemple, soit $a(T+L) = 1$ et $k = 1$. L'application de la formule (1) — indépendante de T et L — conduit à :

$$\alpha = 1 - F(1) = 1 - .84134 = .15866.$$

La formule (2), donnant le niveau correct, donne :

$$\alpha = E(u \geq 1) - E(u \geq 2) = .08332 - .00849 = .07483!!$$

5. Détermination de z sur base de l'importance moyenne de la pénurie.

5.1. Reprenons le cas d'une révision continue.

L'importance maximale de la pénurie est de :

$$Y(L) - \hat{Y}(L) - k \sigma e(L) = (u-k) \sigma e(L),$$

si cette quantité est positive.

Egalons l'importance maximale moyenne de la rupture à une fraction du lot de commande, βq . Dès lors :

$$\beta q = \sigma e(L) \int_k^{\infty} (u-k) f(u) du,$$

$$\beta = \frac{E(u \geq k)}{a(L)}.$$

5.2. Dans le cas d'une révision cyclique, l'importance maximale de la pénurie vaut :

$$\sigma e(T+L) \{u - k - \theta/\sigma e(T+L)\}.$$

On obtient l'égalité suivante :

$$\beta q = \frac{\sigma e(T+L)}{q} \int_0^a \int_{k+y/\sigma e(T+L)}^{\infty} \{u - k - y/\sigma e(T+L)\} f(u) du dy.$$

Dès lors :

$$\beta = \frac{1}{[a(T+L)]^2} \int_0^{a(T+L)} E(u \geq k+x) dx.$$

Après permutation des signes d'intégration, il vient :

$$\beta = \frac{1}{2a^2} \left[\int_k^{\infty} (u-k)^2 f(u) du - \int_{k+a}^{\infty} (u-k-a)^2 f(u) du \right]$$

En désignant par $E(u \geq k)^2$ l'espérance :

$$\int_k^{\infty} (u-k)^2 f(u) du,$$

nous trouvons :

$$\beta = \frac{E(u \geq k)^2 - E\{u \geq k + a(T+L)\}^2}{2\{a(T+L)\}^2}.$$

La valeur de $E(u \geq k)^2$ est obtenue par la relation :

$$\int_k^{\infty} (u-k)^2 f(u) du = (1+k)^2 \{1-F(k)\} - k f(k)$$

$$= \{1-F(k)\} - k E(u \geq k).$$

Cette fonction est tabulée en annexe.

6. Stock net moyen.

Considérons le cas d'une révision *continue* et de clients *patients* (back-ordering). La valeur du stock net moyen (SR) vaut, en négligeant les pénuries (cf. [3]) :

$$\begin{aligned} \text{SR} &= \frac{1}{2} \{z + q - E[Y(L)] + z - E[Y(L)]\} \\ \text{SR} &= z + \frac{q}{2} - \hat{Y}(L) \\ &= \text{SS} + \frac{q}{2}. \end{aligned}$$

Dans le cas de clients *impatients* (lostsales), il faut ajouter au stock moyen qui précède, l'importance moyenne de la pénurie. On obtient dès lors l'approximation suivante :

$$\text{SR} = \frac{q}{2} + \sigma e(L) [k + E(u \geq k)].$$

En révision *cyclique*, le stock moyen vaut, en négligeant les pénuries (limitées par la qualité attendue du service), dans le cas de clients *patients* :

$$\begin{aligned} \text{SR} &= \frac{1}{2} \{z + E(\theta) - E[Y(L)] + z + E(\theta) - E[Y(T+L)]\} \\ \text{SR} &= \text{SS} + \frac{q}{2} - \left[\frac{\hat{Y}(T+L) - \hat{Y}(L)}{2} \right]. \end{aligned}$$

Dans le cas de clients *impatients* :

$$\begin{aligned} \text{SR} &= \frac{q}{2} + \sigma e(T+L) \left[k + \frac{E(u \geq a)^2 - E(u \geq k+a)^2}{2a} \right] \\ &+ \frac{\hat{Y}(T+L) - \hat{Y}(L)}{2}. \end{aligned}$$

Insistons sur le fait que les derniers résultats présentés constituent des approximations obtenues en l'absence de toute hypothèse sur la nature de la distribution des demandes.

L'hypothèse faite sur le délai de livraison (considéré comme constant) peut être levée en considérant ce délai comme une variable aléatoire de moyenne \bar{L} et d'écart-type σ_L .

Les formules présentées plus haut sont modifiées en substituant à $\sigma^2 e(T+L)$, la valeur :

$$\sigma^2 e(T+\bar{L}) + \hat{Y}^2(1) \sigma_L^2$$

et à $Y(L)$, $Y(T+L)$ respectivement :

$$Y(\bar{L}), Y(T+\bar{L})$$

(voir notamment [1] et [5]).

BIBLIOGRAPHIE

- [1] R.G. BROWN : Smoothing, Forecasting and Prediction of Discrete Time Series. Prentice-Hall (1962).
- [2] R.G. BROWN : Statistical Forecasting for Inventory Control. McGraw-Hill (1959).
- [3] G. HADLEY et T.M. WHITIN : Etude et pratique des modèles de stocks. Dunod (1966).
- [4] I.B.M. : La gestion des stocks de distribution et ses moyens de contrôle. Paris (1964).
- [5] J. MELESE : La pratique de la recherche opérationnelle : cinq cas de gestion. Dunod (1967).
- [6] E. NADDOR : Inventory Systems, Wiley (1966).
- [7] M. ROUBENS : Lissage exponentiel d'un signal polynomial brouillé observé de manière discrète ou continue. *Revue de Statistique Appliquée*, vol. 17, n° 3 (1969), pp. 61-73.

ANNEXE

*	*	*	2*	*	*	*	2*
* K	*E(U.GE.K)	*E(U.GE.K)	*	K	*E(U.GE.K)	*E(U.GE.K)	*

0,00	0,39894	* 0,50000	*	0,25	* 0,28634	* 0,32971	*
0,01	0,39396	* 0,49207	*	0,26	* 0,28235	* 0,32402	*
0,02	0,38902	* 0,48424	*	0,27	* 0,27840	* 0,31841	*
0,03	0,38412	* 0,47651	*	0,28	* 0,27448	* 0,31288	*
0,04	0,37926	* 0,46888	*	0,29	* 0,27060	* 0,30743	*
0,05	0,37444	* 0,46134	*	0,30	* 0,26676	* 0,30206	*
0,06	0,36966	* 0,45390	*	0,31	* 0,26296	* 0,29676	*
0,07	0,36492	* 0,44655	*	0,32	* 0,25920	* 0,29154	*
0,08	0,36022	* 0,43930	*	0,33	* 0,25547	* 0,28639	*
0,09	0,35556	* 0,43214	*	0,34	* 0,25178	* 0,28132	*
0,10	0,35094	* 0,42508	*	0,35	* 0,24813	* 0,27632	*
0,11	0,34635	* 0,41811	*	0,36	* 0,24452	* 0,27140	*
0,12	0,34181	* 0,41122	*	0,37	* 0,24094	* 0,26654	*
0,13	0,33731	* 0,40443	*	0,38	* 0,23740	* 0,26176	*
0,14	0,33285	* 0,39773	*	0,39	* 0,23390	* 0,25705	*
0,15	0,32842	* 0,39112	*	0,40	* 0,23044	* 0,25240	*
0,16	0,32404	* 0,38459	*	0,41	* 0,22701	* 0,24783	*
0,17	0,31969	* 0,37816	*	0,42	* 0,22362	* 0,24332	*
0,18	0,31539	* 0,37181	*	0,43	* 0,22027	* 0,23888	*
0,19	0,31112	* 0,36554	*	0,44	* 0,21695	* 0,23451	*
0,20	0,30689	* 0,35936	*	0,45	* 0,21367	* 0,23021	*
0,21	0,30271	* 0,35327	*	0,46	* 0,21042	* 0,22596	*
0,22	0,29856	* 0,34725	*	0,47	* 0,20721	* 0,22179	*
0,23	0,29445	* 0,34132	*	0,48	* 0,20404	* 0,21768	*
0,24	0,29038	* 0,33547	*	0,49	* 0,20090	* 0,21363	*

```

*****
*      *      *      2*      *      *      2*
* K *E(U.GE.K)*E(U.GE.K) * K *E(U.GE.K)*E(U.GE.K) *
*-----*-----*-----*-----*-----*-----*
*0,50* 0,19780 * 0,20964 * 0,75 * 0,13117 * 0,12825 *
*0,51* 0,19473 * 0,20571 * 0,76 * 0,12892 * 0,12565 *
*0,52* 0,19170 * 0,20185 * 0,77 * 0,12669 * 0,12310 *
*0,53* 0,18870 * 0,19805 * 0,78 * 0,12450 * 0,12058 *
*0,54* 0,18573 * 0,19430 * 0,79 * 0,12234 * 0,11812 *
*0,55* 0,18281 * 0,19062 * 0,80 * 0,12021 * 0,11569 *
*0,56* 0,17991 * 0,18699 * 0,81 * 0,11810 * 0,11331 *
*0,57* 0,17705 * 0,18342 * 0,82 * 0,11603 * 0,11097 *
*0,58* 0,17422 * 0,17991 * 0,83 * 0,11398 * 0,10867 *
*0,59* 0,17143 * 0,17645 * 0,84 * 0,11196 * 0,10641 *
*0,60* 0,16867 * 0,17305 * 0,85 * 0,10997 * 0,10419 *
*0,61* 0,16595 * 0,16970 * 0,86 * 0,10801 * 0,10201 *
*0,62* 0,16325 * 0,16641 * 0,87 * 0,10607 * 0,09987 *
*0,63* 0,16059 * 0,16317 * 0,88 * 0,10417 * 0,09776 *
*0,64* 0,15797 * 0,15999 * 0,89 * 0,10229 * 0,09570 *
*0,65* 0,15537 * 0,15685 * 0,90 * 0,10043 * 0,09367 *
*0,66* 0,15281 * 0,15377 * 0,91 * 0,09860 * 0,09168 *
*0,67* 0,15028 * 0,15074 * 0,92 * 0,09680 * 0,08973 *
*0,68* 0,14778 * 0,14776 * 0,93 * 0,09503 * 0,08781 *
*0,69* 0,14531 * 0,14483 * 0,94 * 0,09328 * 0,08593 *
*0,70* 0,14288 * 0,14195 * 0,95 * 0,09156 * 0,08408 *
*0,71* 0,14048 * 0,13911 * 0,96 * 0,08986 * 0,08226 *
*0,72* 0,13810 * 0,13633 * 0,97 * 0,08819 * 0,08048 *
*0,73* 0,13576 * 0,13359 * 0,98 * 0,08654 * 0,07874 *
*0,74* 0,13345 * 0,13090 * 0,99 * 0,08491 * 0,07702 *
*****

```



```

*****
*      *      *      *      *      *      *      *      *      *      *
* K *E(U.GE.K)*E(U.GE.K) * 2* K *E(U.GE.K)*E(U.GE.K) * 2*
*-----*-----*-----*-----*-----*-----*-----*
*1,50* 0,02931 * 0,02285 * 1,75 * 0,01617 * 0,01176 *
*1,51* 0,02865 * 0,02227 * 1,76 * 0,01578 * 0,01144 *
*1,52* 0,02800 * 0,02170 * 1,77 * 0,01539 * 0,01112 *
*1,53* 0,02736 * 0,02115 * 1,78 * 0,01501 * 0,01082 *
*1,54* 0,02674 * 0,02061 * 1,79 * 0,01464 * 0,01052 *
*1,55* 0,02612 * 0,02008 * 1,80 * 0,01428 * 0,01023 *
*1,56* 0,02552 * 0,01956 * 1,81 * 0,01392 * 0,00995 *
*1,57* 0,02494 * 0,01906 * 1,82 * 0,01357 * 0,00968 *
*1,58* 0,02436 * 0,01856 * 1,83 * 0,01323 * 0,00941 *
*1,59* 0,02380 * 0,01808 * 1,84 * 0,01290 * 0,00915 *
*1,60* 0,02324 * 0,01761 * 1,85 * 0,01257 * 0,00889 *
*1,61* 0,02270 * 0,01715 * 1,86 * 0,01226 * 0,00865 *
*1,62* 0,02217 * 0,01670 * 1,87 * 0,01195 * 0,00840 *
*1,63* 0,02165 * 0,01627 * 1,88 * 0,01164 * 0,00817 *
*1,64* 0,02114 * 0,01584 * 1,89 * 0,01134 * 0,00794 *
*1,65* 0,02064 * 0,01542 * 1,90 * 0,01105 * 0,00771 *
*1,66* 0,02015 * 0,01501 * 1,91 * 0,01077 * 0,00750 *
*1,67* 0,01967 * 0,01461 * 1,92 * 0,01049 * 0,00728 *
*1,68* 0,01920 * 0,01423 * 1,93 * 0,01022 * 0,00708 *
*1,69* 0,01874 * 0,01385 * 1,94 * 0,00996 * 0,00687 *
*1,70* 0,01829 * 0,01348 * 1,95 * 0,00970 * 0,00668 *
*1,71* 0,01785 * 0,01311 * 1,96 * 0,00945 * 0,00649 *
*1,72* 0,01742 * 0,01276 * 1,97 * 0,00920 * 0,00630 *
*1,73* 0,01699 * 0,01242 * 1,98 * 0,00896 * 0,00612 *
*1,74* 0,01658 * 0,01208 * 1,99 * 0,00872 * 0,00594 *
*****
    
```



```

*****
*           *           *           2*           *           *           2*
* K *E(U.GE.K)*E(U.GE.K) * K *E(U.GE.K)*E(U.GE.K) *
*-----*-----*-----*-----*-----*-----*-----*
*2,50* 0,00200 * 0,00120 * 2,75 * 0,00090 * 0,00051 *
*2,51* 0,00194 * 0,00116 * 2,76 * 0,00087 * 0,00049 *
*2,52* 0,00188 * 0,00112 * 2,77 * 0,00084 * 0,00047 *
*2,53* 0,00183 * 0,00108 * 2,78 * 0,00081 * 0,00046 *
*2,54* 0,00177 * 0,00105 * 2,79 * 0,00079 * 0,00044 *
*2,55* 0,00171 * 0,00101 * 2,80 * 0,00076 * 0,00042 *
*2,56* 0,00166 * 0,00098 * 2,81 * 0,00074 * 0,00041 *
*2,57* 0,00161 * 0,00095 * 2,82 * 0,00071 * 0,00039 *
*2,58* 0,00156 * 0,00092 * 2,83 * 0,00069 * 0,00038 *
*2,59* 0,00151 * 0,00088 * 2,84 * 0,00066 * 0,00037 *
*2,60* 0,00146 * 0,00086 * 2,85 * 0,00064 * 0,00035 *
*2,61* 0,00142 * 0,00083 * 2,86 * 0,00062 * 0,00034 *
*2,62* 0,00137 * 0,00080 * 2,87 * 0,00060 * 0,00033 *
*2,63* 0,00133 * 0,00077 * 2,88 * 0,00058 * 0,00032 *
*2,64* 0,00129 * 0,00075 * 2,89 * 0,00056 * 0,00031 *
*2,65* 0,00125 * 0,00072 * 2,90 * 0,00054 * 0,00030 *
*2,66* 0,00121 * 0,00070 * 2,91 * 0,00052 * 0,00028 *
*2,67* 0,00117 * 0,00067 * 2,92 * 0,00051 * 0,00027 *
*2,68* 0,00113 * 0,00065 * 2,93 * 0,00049 * 0,00026 *
*2,69* 0,00110 * 0,00063 * 2,94 * 0,00047 * 0,00025 *
*2,70* 0,00106 * 0,00060 * 2,95 * 0,00046 * 0,00025 *
*2,71* 0,00103 * 0,00058 * 2,96 * 0,00044 * 0,00024 *
*2,72* 0,00099 * 0,00056 * 2,97 * 0,00042 * 0,00023 *
*2,73* 0,00096 * 0,00054 * 2,98 * 0,00041 * 0,00022 *
*2,74* 0,00093 * 0,00053 * 2,99 * 0,00040 * 0,00021 *
*****

```



```

*****
*      *      *      2*      *      *      2*
* K *E(U.GE.K)*E(U.GE.K) * K *E(U.GE.K)*E(U.GE.K) *
*-----*-----*-----*-----*-----*-----*
*3,50* 0,00006 * 0,00003 * 3,75 * 0,00002 * 0,00001 *
*3,51* 0,00006 * 0,00003 * 3,76 * 0,00002 * 0,00001 *
*3,52* 0,00005 * 0,00003 * 3,77 * 0,00002 * 0,00001 *
*3,53* 0,00005 * 0,00002 * 3,78 * 0,00002 * 0,00001 *
*3,54* 0,00005 * 0,00002 * 3,79 * 0,00002 * 0,00001 *
*3,55* 0,00005 * 0,00002 * 3,80 * 0,00002 * 0,00001 *
*3,56* 0,00005 * 0,00002 * 3,81 * 0,00002 * 0,00001 *
*3,57* 0,00004 * 0,00002 * 3,82 * 0,00002 * 0,00001 *
*3,58* 0,00004 * 0,00002 * 3,83 * 0,00001 * 0,00001 *
*3,59* 0,00004 * 0,00002 * 3,84 * 0,00001 * 0,00001 *
*3,60* 0,00004 * 0,00002 * 3,85 * 0,00001 * 0,00001 *
*3,61* 0,00004 * 0,00002 * 3,86 * 0,00001 * 0,00001 *
*3,62* 0,00004 * 0,00002 * 3,87 * 0,00001 * 0,00001 *
*3,63* 0,00003 * 0,00002 * 3,88 * 0,00001 * 0,00001 *
*3,64* 0,00003 * 0,00002 * 3,89 * 0,00001 * 0,00001 *
*3,65* 0,00003 * 0,00002 * 3,90 * 0,00001 * 0,00001 *
*3,66* 0,00003 * 0,00001 * 3,91 * 0,00001 * 0,00001 *
*3,67* 0,00003 * 0,00001 * 3,92 * 0,00001 * 0,00001 *
*3,68* 0,00003 * 0,00001 * 3,93 * 0,00001 * 0,00000 *
*3,69* 0,00003 * 0,00001 * 3,94 * 0,00001 * 0,00000 *
*3,70* 0,00003 * 0,00001 * 3,95 * 0,00001 * 0,00000 *
*3,71* 0,00002 * 0,00001 * 3,96 * 0,00001 * 0,00000 *
*3,72* 0,00002 * 0,00001 * 3,97 * 0,00001 * 0,00000 *
*3,73* 0,00002 * 0,00001 * 3,98 * 0,00001 * 0,00000 *
*3,74* 0,00002 * 0,00001 * 3,99 * 0,00001 * 0,00000 *
*****

```

**RAPPORT DE LA COMMISSION NATIONALE BELGE
AU CONGRES SUR L'ENSEIGNEMENT
DE LA RECHERCHE OPERATIONNELLE**

(Istanbul-Turquie 31/8-4/9/70)

La Commission Nationale Belge, présidée par le Professeur P.P. Gillis, et composée de Professeurs d'Universités, de Chercheurs et de Représentants des secteurs public et privé s'est réunie à plusieurs reprises en novembre et décembre 1969, ainsi qu'en janvier, février et mars 1970. (*)

Les trois aspects suivants ont été principalement envisagés au cours des discussions :

- Enseignement de la Recherche Opérationnelle dans les Universités
- Enseignement de la Recherche Opérationnelle en dehors des Universités
- Pénétration de la Recherche Opérationnelle dans les secteurs public et privé.

La commission a estimé devoir limiter le Rapport National à l'analyse de ces trois aspects.

Au cours des différentes séances de travail certains membres de la Commission ont présenté des documents relatifs à l'Enseignement ou à la pénétration de la Recherche Opérationnelle dans leur secteur. Etant donné l'intérêt de ces documents la Commission a cru devoir les annexer au présent Rapport National. Le détail de la composition de la Commission figure également en annexe (**).

**1. L'ENSEIGNEMENT DE LA RECHERCHE OPERATIONNELLE
DANS LES UNIVERSITES**

a. Universités concernées.

La plupart des établissements d'enseignement supérieur de Belgique dispensent actuellement des enseignements de Recherche Opérationnelle. Il y a tout d'abord les Universités complètes :

- Les deux Universités de Bruxelles (francophone et néerlandophone)

(*) Parmi ceux qui ont participé aux travaux de cette commission il convient de citer notamment M. le Professeur P. GILLIS, président de la Commission, M. le Professeur J.P. BRANS, secrétaire de la commission et rapporteur, MM. les Professeurs H. MÜLLER, M. ROUBENS, J. TEGHEM, ainsi que MM. P. GENNART, P. HANSEN, R. de WASSEIGE, M. THEYS et Mme D. BINDLER, Présidente de la Sogesci.

(**) Seule la liste des annexes a été reproduite ici (N.d.l.R.).

- L'Université de Gand (néerlandophone)
- L'Université de Liège (francophone)
- Les deux Universités de Louvain (francophone et néerlandophone).

A cette liste il faut ajouter plusieurs établissements d'enseignement supérieur qui sans être des Universités complètes, dispensent également des cours de Recherche Opérationnelle; il y a notamment :

- L'Ecole Royale Militaire
- La Faculté Polytechnique de Mons
- Le Centre Universitaire de Namur.

b. Aspect chronologique.

La recherche opérationnelle est d'abord apparue dans les universités sous la forme de séminaires, de conférences ou de travaux spécialisés de chercheurs. Les premières manifestations de ce genre datent de 1954.

En 1958, plusieurs universités ont inscrit à leur programme officiel des cours de Recherche Opérationnelle. Ces cours, qui étaient des enseignements post-gradués s'adressaient en général à des mathématiciens, économistes ou ingénieurs.

Par la suite deux solutions différentes ont été adoptées :

- 1° Ou bien les enseignements de Recherche Opérationnelle ont été groupés au sein de certificats complémentaires de Recherche Opérationnelle ou de Statistique, ou de Licences spéciales, telle par exemple, la licence spéciale en mathématiques appliquées à la gestion.

Cette solution a été adoptée à l'Université de Bruxelles notamment, où peu d'enseignements de Recherche Opérationnelle sont dispensés en dehors de ces certificats ou licence spéciale.

- 2° Ou bien les enseignements de Recherche Opérationnelle ont été introduits dans les programmes réguliers des mathématiciens, économistes ou ingénieurs.

Les Universités de Gand, Liège et Louvain ainsi que la Faculté polytechnique de Mons ont adopté cette formule, quoique à Mons et à Louvain des certificats complémentaires soient également organisés.

Certaines Universités, telles celles de Bruxelles et de Louvain ont développé, dans le cadre de l'une de ces solutions, une gamme étendue d'enseignements de Recherche Opérationnelle qui va de la résolution de cas concrets à l'analyse de développements théoriques et abstraits. Cette gamme est organisée et progressivement enrichie en fonction des besoins des étudiants auxquels s'adressent les enseignements.

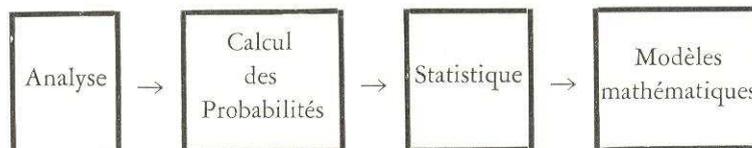
c. Buts poursuivis.

Il est apparu lors de la discussion en commission que les établissements d'enseignement supérieur poursuivent trois objectifs essentiels en introduisant dans leurs programmes des cours de Recherche Opérationnelle.

1° Prolonger l'enseignement des mathématiques traditionnelles.

Lorsqu'il s'agit de former un ingénieur, un économiste ou un mathématicien (orientation appliquée) l'enseignement universitaire traditionnel comprend toujours des cours d'Analyse, de Calcul des Probabilités et de Statistique. Ces cours découlent les uns des autres. L'Analyse est destinée à fournir un outil d'investigation scientifique pour la plupart des problèmes qui se posent. Le Calcul des Probabilités qui ne peut être enseigné sans une base d'Analyse sert lui-même d'introduction aux enseignements de Statistique. La Statistique enfin permet entre autres d'estimer des paramètres, de vérifier des hypothèses et d'ajuster des distributions observées par des modèles théoriques. Généralement l'enseignement traditionnel s'arrête à l'enseignement de la Statistique. A plusieurs égards cette limitation est regrettable; il paraît naturel en effet d'introduire les paramètres obtenus par la Statistique dans des modèles mathématiques destinés à décrire la réalité. Certains de ces modèles sont des modèles mathématiques de gestion et ceux-ci font partie du domaine de la Recherche Opérationnelle. Celle-ci apparaît donc comme un des prolongements naturels des enseignements traditionnels de mathématiques.

Schématiquement la situation se présente de la façon suivante :



Dans plusieurs secteurs, on a souvent reproché aux enseignements de mathématiques d'être lourds, fort développés et surtout de ne pas être utilisés suffisamment par les étudiants qui les reçoivent, ni au cours de leurs études, ni par la suite dans leur profession. La Recherche Opérationnelle et plus généralement l'étude des Modèles Mathématiques permet de perfectionner, d'enrichir, d'appliquer et surtout de cultiver l'outil mathématique enseigné auparavant.

2° Permettre d'acquérir de nouvelles techniques d'optimisation.

La Recherche Opérationnelle est un ensemble de modèles mathématiques de gestion, d'algorithmes, de processus de décisions automatisés. Tous ces

modèles ont en commun la recherche de décisions optimales. Un des buts essentiels de l'enseignement de la Recherche Opérationnelle est de mettre ces modèles à la disposition des étudiants, futurs responsables de la prise de décision.

Certes cet aspect formel présente peut-être des faiblesses; on invoque souvent l'écart considérable qui existe entre les modèles mathématiques de gestion et la réalité économique. Mais grâce aux recherches entreprises dans ce domaine, grâce aussi au développement foudroyant de l'Informatique on peut espérer la mise en œuvre de modèles de plus en plus perfectionnés, permettant de tenir compte de paramètres de plus en plus nombreux. Le fossé qui sépare la théorie de la pratique n'en sera pas pour autant comblé, mais les points de vue pourront être toutefois sensiblement rapprochés.

3° Développer la maturité dans le domaine de la prise de décision.

Un enseignement de Recherche Opérationnelle est un entraînement à la prise de décision scientifique. Elle apporte une maturité, une culture, une orientation d'esprit dans un domaine où toute autre discipline est inefficace. Les responsables et les cadres formés à la Recherche Opérationnelle sont amenés à se poser un certain nombre de questions, à rechercher des solutions optimales, à analyser scientifiquement les problèmes qui se posent, à mettre en doute ce qui est adopté à priori, par tradition ou sans base scientifique. On constate souvent que cette façon de penser est adoptée même si les modèles mathématiques disponibles ne sont pas directement applicables à la réalité économique. La Recherche Opérationnelle est donc une école de formation pour la prise de décision. C'est dans ce domaine que son apport a été et sera sans doute le plus important.

En conclusion, en plus de la volonté de prolonger l'enseignement des mathématiques traditionnelles, l'enseignement de la Recherche Opérationnelle poursuit deux buts bien précis : fournir d'une part un ensemble d'algorithmes et développer d'autre part la maturité dans le domaine de la prise de décision économique. C'est dans le développement harmonieux de ces deux aspects que réside une bonne part de l'avenir de la Recherche Opérationnelle.

d. Types d'enseignements.

Les réponses au questionnaire de la note d'information n° 2 ont révélé deux types d'enseignements de la Recherche Opérationnelle en Belgique. L'enseignement universitaire proprement dit et l'enseignement post-universitaire.

1° L'enseignement universitaire proprement dit.

Il s'agit des enseignements qui sont incorporés dans les programmes officiels des Universités pour les études d'ingénieur, d'économiste ou de mathématicien (orientation appliquée).

Ces enseignements sont généralement des cours magistraux accompagnés souvent de séances de travaux pratiques. Des séminaires sont également organisés. Ils permettent le développement de problèmes particuliers ainsi que l'exposé de matières préparées par les étudiants.

2° L'enseignement post-universitaire.

Il existe en Belgique plusieurs enseignements post-universitaires de Recherche Opérationnelle. On distingue les enseignements post-gradués et les enseignements de recyclage.

Les enseignements post-gradués sont souvent groupés dans des certificats ou des licences complémentaires; ils forment dans ce cas un programme bien organisé, stable et répété chaque année.

D'autres enseignements post-gradués sont des enseignements du type 3e cycle; généralement ceux-ci sont relatifs à des développements théoriques avancés tel par exemple « La programmation dans des espaces abstraits » ou des développements particuliers sur la « théorie du contrôle optimal ». Ces enseignements ne sont pas toujours inscrits aux programmes officiels et ne sont pas nécessairement répétés chaque année. Ils apparaissent le plus souvent à l'occasion de conférences ou de cycles de séminaires.

Des enseignements de recyclage destinés à d'anciens diplômés ingénieurs, économistes, mathématiciens, actuaires... n'ayant pas eu l'occasion de suivre des cours de Recherche Opérationnelle lors de leurs études sont parfois organisés par les Universités. Mais le plus souvent ce sont des institutions para-universitaires ou des sociétés privées qui organisent ces types d'enseignements.

Les enseignements de recyclage peuvent concerner une question particulière de Recherche Opérationnelle ou bien donner un aperçu général des différentes techniques.

On observe de larges interférences entre ces deux types d'enseignements qui ne sont évidemment pas indépendants. Souvent ce sont les mêmes professeurs qui interviennent dans les deux cas. De plus telle personne souhaitant se recycler en matière de Recherche Opérationnelle s'inscrit souvent aux cours de certificats complémentaires ou de licence spéciale.

e. Programmes de cours.

Les cours de Recherche Opérationnelle qui ont été introduits dans les programmes officiels des économistes et des ingénieurs sont des cours de moyenne importance. Ils comprennent généralement 60 h (exercices y compris), parfois davantage. Etant donné l'intérêt suscité par la Recherche Opérationnelle on songe à augmenter le nombre d'heures de cours dans de nombreuses sections. Cette augmentation pourrait se faire par l'introduction soit de nouveaux cours obligatoires, soit de cours à option.

En Licence en Sciences mathématiques, par exemple, plusieurs universités ont déjà inscrit au programme des cours à option de 30 h de Recherche Opérationnelle.

En ce qui concerne les certificats complémentaires et la licence spéciale, les cours de Recherche Opérationnelle sont le plus souvent scindés en plusieurs matières et confiés à des titulaires spécialisés dans chacune d'entre elles. Les intitulés de cours le plus fréquemment rencontrés sont :

- Programmation linéaire
- Programmation non linéaire
- Gestion de stocks
- Files d'attente
- Equipements
- Graphes
- Théorie de l'information
- Ordonnancement
- Théorie des Jeux
- Programmation dynamique
- Contrôle optimal

Les enseignements de Recherche Opérationnelle ne peuvent être isolés. Une importante coordination avec des branches voisines est nécessaire. Des rapports étroits sont notamment entretenus avec les titulaires des enseignements suivants :

- Mathématiques : Analyse, Calcul des Probabilités, Statistique, Processus stochastiques, ...
- Economie : Economie générale, Microéconomie, Macroéconomie, Etudes de marchés, Econométrie, ...
- Informatique.

La nécessité et l'importance de cette coordination est évidente. Considérons par exemple le cas de l'Informatique. On sait que la Recherche Opé-

rationnelle se développe considérablement grâce à la mise au point de nouveaux algorithmes de plus en plus perfectionnés, tenant compte de paramètres de plus en plus nombreux. Dans la plupart des cas pratiques ces algorithmes sont longs et laborieux; leur mise en œuvre est humainement impossible sans l'emploi d'ordinateurs. Il en découle que la Recherche Opérationnelle est un « client » important de l'Informatique et qu'une profonde collaboration entre les deux disciplines est indispensable.

Plusieurs universités, principalement celles de Bruxelles, Louvain et Mons, nous ont communiqué des documents relatifs à l'enseignement de la Recherche Opérationnelle dans leur institution. Ces documents sont annexés au présent rapport. Ils contiennent notamment des informations importantes et précises en matière de programmes de cours. Le lecteur intéressé est prié de consulter ces annexes.

f. Recherche fondamentale.

Comme c'est souvent le cas pour des disciplines jeunes ayant de nombreuses possibilités d'applications et se développant dans un contexte scientifique bien quantifié, la Recherche Opérationnelle est devenue un thème important de recherche fondamentale.

Dans toutes les universités belges plusieurs professeurs se sont spécialisés en Recherche Opérationnelle et leurs publications sont essentiellement relatives à ce secteur. De nombreux assistants et chercheurs préparent sous la direction de ces professeurs des thèses de doctorat orientées vers la Recherche Opérationnelle. C'est le cas aussi bien en Sciences mathématiques qu'en Sciences économiques et en Sciences appliquées. Les recherches concernent l'analyse et la mise au point de résultats nouveaux; tantôt elles sont dirigées vers des propriétés plus abstraites, tantôt vers les applications. Un grand nombre de mémoires de licence ont également pour thème des problèmes de Recherche Opérationnelle.

A titre d'exemple, signalons que dans chacune des Universités de Louvain, 2 à 3 thèses de doctorats et environ 25 mémoires de licence traitant de Recherche Opérationnelle sont défendus annuellement. Un intérêt tout aussi important est manifesté à Bruxelles et à Mons.

Chaque université organise, parfois plusieurs fois par semaine, des séminaires consacrés à la Recherche Opérationnelle. Des professeurs, des assistants et des étudiants y prennent régulièrement la parole pour y exposer le résultat de leurs découvertes et réflexions. Très souvent des professeurs étrangers sont associés à ces activités de recherche. Des rapports étroits sont ainsi entretenus avec les Etats-Unis, la France, la Roumanie, les Indes et d'autres pays encore.

A l'Université de Louvain, les activités de recherche s'exercent au sein d'un centre d'études très important dénommé le C.O.R.E. Une quarantaine de personnes y travaillent régulièrement.

A Bruxelles, la Recherche est principalement organisée à l'Institut de Statistique qui occupe une vingtaine de professeurs et chercheurs.

g. Rapports avec les secteurs public et privé.

De nombreux chercheurs obtiennent des bourses d'études émanant du secteur public, notamment du Fond National de Recherche Scientifique ou d'organismes parallèles. Parmi ces chercheurs certains se spécialisent en Recherche Opérationnelle. Peu de bourses sont actuellement attribuées par le secteur privé. Cette pratique, quoique fort répandue dans certains pays, n'est pas encore courante en Belgique.

Par contre, dans certaines universités, principalement à Mons, les étudiants se spécialisant en Recherche Opérationnelle ont des contacts étroits avec le secteur privé. Leur travail de fin d'études se fait souvent dans des industries où des problèmes concrets sont posés. Citons entre autres les industries du verre (Glaverbel), les industries chimiques, les papeteries, les câbleries, les brasseries, les industries pétrolières, les industries alimentaires... Dans certains cas ces travaux de fin d'études se font également en collaboration avec le secteur public, notamment dans le domaine de l'électricité ou des constructions routières.

Certaines universités entretiennent d'étroites relations avec des sociétés privées spécialisées en gestion d'entreprises. Des liens étroits unissent aussi les universités à des institutions para-universitaires.

Souvent les universités sont consultées en matière de Recherche Opérationnelle

soit pour participer à la résolution de problèmes concrets d'optimisation (routes, transport, production, atelier de réparation...)

soit pour organiser en dehors des universités des séances d'information ou de recyclage. Etant donné que la Recherche Opérationnelle n'est enseignée dans les universités que depuis peu d'années, ces séances connaissent un succès certain. La société SABENA (aviation), le Centre d'Etude de Recherche Opérationnelle (C.E.R.O.), les Instituts d'Organisation et de Gestion des Entreprises attachés aux universités, par exemple, ont organisé, parfois à plusieurs reprises, de telles séances avec la collaboration des universités.

2. L'ENSEIGNEMENT DE LA RECHERCHE OPERATIONNELLE EN DEHORS DES UNIVERSITES

a. Secteurs concernés.

En dehors des Universités, des enseignements de Recherche Opérationnelle sont régulièrement organisés par les secteurs public et privé. Ces enseignements sont fort nombreux, parfois très particuliers; aussi nous est-il impossible d'être complets dans ce domaine. Nous nous bornons à citer quelques exemples marquants.

1° Secteur public.

- Plusieurs ministères (Travaux publics, Affaires Economiques, Finances, Communications, etc.)
- Des bureaux d'études constitués en marge des Ministères publics.

2° Secteur privé.

- Des sociétés industrielles, notamment :
 - des industries du verre (Glaverbel, Verlica)
 - des industries pétrolières (Petrofina, Shell)
 - des industries chimiques (U.C.B.)
 - des sociétés d'aviation (SABENA)
 - des banques
- Des bureaux d'études spécialisés en gestion d'entreprises, notamment :
 - La Société Belge de Mathématique Appliquée (SOBEMAP)
 - La Société de Recherche Opérationnelle et d'Economie Appliquée (SOR-CA)
- Des sociétés spécialement constituées pour promouvoir la Recherche Opérationnelle entre autres choses, notamment
 - Le Centre d'Etudes de Recherche Opérationnelle (C.E.R.O.)
 - La Société Belge pour la Gestion Scientifique des Entreprises (SOGESCI)
 - Les Instituts pour l'organisation et la gestion des entreprises attachés aux Universités.

b. Buts poursuivis.

Les enseignements de Recherche Opérationnelle organisés en dehors des Universités ont des objectifs soit très précis, soit très généraux.

1° Objectifs précis.

Dans ce cas l'enseignement a pour but l'assimilation rapide d'une technique particulière de la Recherche Opérationnelle. Par exemple :

- La méthode P.E.R.T. pour des problèmes d'ordonnancement
- Un algorithme de marquage pour des problèmes de transport
- La formule de Wilson pour des problèmes de stocks.

Ces enseignements sont souvent organisés en peu de séances. La théorie est en général peu développée, par contre l'accent est mis sur les possibilités d'applications immédiates dans le domaine concret.

La plupart des sociétés citées ci-dessus ont organisé des enseignements de ce type et même à plusieurs reprises. Ils sont le plus souvent réservés au personnel de ces sociétés ainsi qu'à leurs clients, mais parfois l'auditoire est plus large.

2° Objectifs généraux.

Il s'agit dans ce cas d'enseignements de recyclage. Les buts poursuivis sont multiples :

- développer la maturité de certains cadres dans le domaine de la prise de décision
- leur permettre d'assimiler différents modèles de la Recherche Opérationnelle
- établir des contacts de travail entre les enseignants et les enseignés, c'est-à-dire ceux qui connaissent et ceux qui ont besoin des modèles de la Recherche Opérationnelle.

Les enseignements de ce type sont organisés un peu sur le modèle universitaire, mais sont moins théoriques. Ils sont souvent précédés de rappels de mathématique, de statistique et de calcul des probabilités. Ils sont également plus longs, soit organisés à l'occasion de semaines de perfectionnement, soit pendant plusieurs mois à raison d'un jour par semaine. Ce sont principalement les sociétés constituées pour promouvoir la Recherche Opérationnelle qui se sont occupées de ce type d'enseignement.

c. Enseignements réalisés.

1° Secteur public.

Plusieurs ministères ont pour leurs besoins propres organisé des enseignements de Recherche Opérationnelle. Souvent ceux-ci ont été donnés par des

professeurs d'universités mais des sociétés spécialisées en gestion ont également assumé ce type d'enseignement. Dans certains cas des fonctionnaires appartenant à ces ministères se sont spécialisés dans une discipline particulière de la Recherche Opérationnelle et ont diffusé leurs connaissances au sein de leur service. Il arrive parfois que ces connaissances soient diffusées en dehors et mises à la disposition du secteur privé, ou soient présentées lors de séminaires, de débats ou de conférences universitaires.

Des organismes se sont constitués en marge des ministères. Ils forment des bureaux d'Ingénieurs Conseils dont le but est de promouvoir la productivité dans certains secteurs publics.

Certains de ces organismes ont mis au point des techniques particulières, parfois originales, qui ont été diffusées sous forme d'enseignements auprès des Administrations et même auprès d'entreprises privées. C'est le cas notamment du Centre de Recherche Routière dont la division opérationnelle mène une action efficace auprès des entreprises de construction et auprès de l'Administration des Routes. Cette action a permis l'application judicieuse de la méthode P.E.R.T. aux travaux routiers. Afin de mieux convaincre l'Administration et les entreprises de l'utilité de ces méthodes d'ordonnement le Centre de Recherche Routière a élaboré des programmes didactiques. Ceux-ci sont destinés à initier les cadres à l'application pratique sur des cas concrets.

2° Secteur privé.

Les sociétés industrielles et les sociétés spécialisées en gestion organisent souvent des enseignements de Recherche Opérationnelle à objectifs précis, soit pour leurs besoins intérieurs, soit pour leurs clients. Nous n'entrons pas dans le détail de ces réalisations tant celles-ci sont nombreuses et variées.

Il faut aussi signaler de nombreuses conférences spécialisées en Recherche Opérationnelle organisées à l'initiative d'associations d'Ingénieurs, d'Economistes ou d'Ingénieurs commerciaux. Celles-ci ont en effet un caractère éducatif certain et peuvent dès lors être considérées comme des enseignements.

Les sociétés spécialement constituées pour promouvoir la Recherche Opérationnelle organisent des enseignements plus généraux.

3. PENETRATION DE LA RECHERCHE OPERATIONNELLE DANS LES SECTEURS PUBLIC ET PRIVE

a. Aspect chronologique.

Il résulte de l'expérience individuelle des membres de la Commission nationale que l'implantation des concepts et des méthodes de la Recherche

Opérationnelle dans les secteurs public et privé a démarré assez péniblement, à la suite de cours post-universitaires d'initiation, aux environs de 1960.

Ces cours furent organisés par différentes sociétés dont le but était de promouvoir l'utilisation de la Recherche Opérationnelle et dont nous avons longuement parlé plus haut.

Au début cette formation assez formelle n'a pas toujours permis d'appliquer les modèles de Recherche Opérationnelle à des problèmes bien déterminés. Un écart important existait entre les aspects théoriques et les aspects concrets. Néanmoins un nouveau mode de penser avait été introduit et grâce à des contacts et des échanges suivis entre praticiens et théoriciens un certain nombre de problèmes ont pu être résolus.

Dans les sociétés industrielles, la Recherche Opérationnelle a d'abord été utilisée au niveau du secteur technique, celui-ci se prêtant mieux de par sa nature à ce genre de méthodologie. En effet ce secteur occupe souvent un personnel à tendance scientifique et il dispose généralement de statistiques bien tenues et suivies pour des raisons de planification ou de sécurité, autant de facteurs favorables et nécessaires à l'application de modèles de Recherche Opérationnelle.

Si la pénétration de la Recherche Opérationnelle a été très laborieuse au début, c'est souvent par manque de statistiques ou d'informations objectives. Il a d'abord fallu constituer et rassembler ces informations avant de pouvoir les introduire dans des modèles mathématiques.

Dans la plupart des cas c'est par des modèles de gestion des stocks que la Recherche Opérationnelle s'est introduite dans le secteur technique. Les premières utilisations de ces modèles, qui datent de 1960 à 1963, furent modestes, mais les résultats ont été encourageants, parfois spectaculaires. Des problèmes de production ont été résolus, d'abord à l'aide de la programmation linéaire, puis de la théorie des graphes et parfois de la théorie des files d'attente. C'est au cours de cette période, qui va de 1963 à 1970 et qui n'est d'ailleurs pas terminée, que le secteur public a commencé à s'intéresser à la Recherche Opérationnelle.

A l'heure actuelle la tendance est d'utiliser la Recherche Opérationnelle au niveau commercial et même au niveau du « Top Management ». C'est dans cet esprit que se développe aujourd'hui la théorie des jeux et plus spécialement les notions de stratégies et de décisions, les modèles d'entreprise et les modèles de marché.

Ainsi la Recherche Opérationnelle devient conseillère en élaboration de politiques générales, elle est amenée à déployer l'éventail des décisions straté-

giques que les organes directeurs des entreprises sont appelés à définir et à juger. Son champ d'application s'élargit et s'étend maintenant des secteurs spécialisés à la direction générale.

b. Rapports avec l'Informatique.

La Recherche Opérationnelle ne pourrait plus aujourd'hui se passer de l'Informatique.

C'est à peu près au moment où les premiers modèles de Recherche Opérationnelle ont été utilisés dans les entreprises que l'on a vu apparaître dans ces mêmes entreprises les premiers ordinateurs.

Quoique se développant indépendamment de la Recherche Opérationnelle l'informatique allait considérablement favoriser sa diffusion, et ce pour les quatre raisons suivantes :

- 1° Les modèles de la Recherche Opérationnelle contiennent des paramètres; la valeur de ceux-ci est obtenue à partir d'informations statistiques. Il est donc indispensable de pouvoir disposer de statistiques suivies, élaborées et fouillées. Leur recensement est long et laborieux, mais ce travail est systématique. L'ordinateur peut le réaliser facilement et le tenir à jour.
- 2° Les modèles de la Recherche Opérationnelle sont devenus de plus en plus ingénieux et tiennent compte de paramètres de plus en plus nombreux. En revanche ils donnent lieu à de très vastes programmes qu'il est impossible de résoudre manuellement. Il faut donc faire usage d'ordinateurs qui de plus en plus jouent un rôle décisif dans ce domaine.
- 3° Afin de susciter de l'intérêt pour les modèles de la Recherche Opérationnelle, certains organismes appartenant au secteur public ou privé ont développé des programmes de démonstration. Ceux-ci sont relatifs à certains modèles et fonctionnent sur ordinateur. Ils sont destinés à prouver l'utilité et la qualité de ces modèles et à montrer leur mode d'emploi. Cette méthode de propagande pour la Recherche Opérationnelle, comparable aux démonstrations de vente de certains appareils a donné d'excellents résultats. L'intérêt se porte d'abord sur l'informatique, ensuite sur les modèles de Recherche Opérationnelle. Certains d'entre eux ont pu être largement diffusés grâce à ce procédé.
- 4° Un certain nombre de problèmes de Recherche Opérationnelle sont bien posés, mais ne peuvent être résolus mathématiquement à cause de la complexité de leur structure. On utilise alors l'ordinateur pour simuler les

conditions expérimentales de ces modèles et obtenir ainsi des informations statistiques sur leurs solutions. La simulation joue de plus en plus un grand rôle en Recherche Opérationnelle; elle ne pourrait se concevoir sans l'emploi d'ordinateurs.

L'utilisation d'ordinateurs au service de la Recherche Opérationnelle ne s'est pas faite sans heurts. En effet, au début les ordinateurs étaient presque exclusivement réservés au secteur financier des entreprises. Heureusement l'informatique est apparue comme une science plutôt qu'une technique et l'ordinateur a pu être utilisé petit à petit dans d'autres domaines.

c. Réalisations de la Recherche Opérationnelle.

Les réalisations de la Recherche Opérationnelle dans les secteurs public et privé sont fort nombreuses. Il est impossible de les citer toutes; d'autant plus que dans certaines entreprises des modèles de Recherche Opérationnelle sont utilisés tous les jours de façon systématique sur les ordinateurs.

Entre autres réalisations, on peut citer des applications de la programmation linéaire dans le domaine des transports et dans le secteur pétrolier; des utilisations de la théorie des stocks dans la plupart des grosses entreprises, des applications de la théorie des graphes et plus spécialement de l'ordonnement dans le secteur de la construction; des applications de la théorie des équipements pour le remplacement de matériel dans des sociétés de transport, des applications de la théorie des files d'attente pour la constitution d'ateliers de réparation dans les mines, des programmes de simulation pour sonder la probabilité de ruine de certaines compagnies d'assurances, etc. Dans les banques on utilise fréquemment des modèles d'arbitrage qui sont des applications de la programmation dynamique, des modèles de trésorerie, des modèles de Bourse... Enfin, il faut aussi citer de nombreuses applications dans le domaine militaire.

d. Souhaits.

La progression de la Recherche Opérationnelle fut lente, souvent partielle, mais elle devient valable. Ce résultat a déjà rejilli, ainsi qu'on pouvait le prévoir, sur les programmes d'enseignement. C'est la raison pour laquelle se donnent aujourd'hui des cours universitaires et post-universitaires de Recherche Opérationnelle dans la plupart de nos universités. Il est souhaitable de voir s'établir des liens et des échanges de plus en plus fructueux entre les entreprises, le secteur public et les Universités.

On a souvent classé les modèles de la Recherche Opérationnelle dans les quatre catégories suivantes : 1° modèles déterministes; 2° modèles probabilisables; 3° modèles avec concurrents et adversaires; 4° jeux contre la nature ou modèles non probabilisables. Actuellement la plupart des techniques de Recherche Opérationnelle appartiennent aux deux premières catégories. Il est à souhaiter que la recherche progresse dans les autres domaines afin que soient mis en place des modèles de plus en plus réalistes. On peut, à la limite, espérer voir la Recherche Opérationnelle déboucher sur l'étude de problèmes qualitatifs.

D'autres souhaits sont encore formulés, notamment ceux de voir les enseignements de Recherche Opérationnelle davantage illustrés sur ordinateur. La collaboration indispensable entre la Recherche Opérationnelle et l'Informatique serait ainsi mieux marquée dès l'enseignement. Cela permettrait aussi la mise au point de programmes de démonstration destinés à illustrer toutes les possibilités et toute la richesse des modèles de la Recherche Opérationnelle.

x x x

Les annexes dont nous reproduisons la liste ci-après ont été présentées au Congrès en même temps que ce rapport.

1. Composition de la Commission Nationale Belge.
2. L'enseignement de la recherche opérationnelle à l'Université Libre de Bruxelles.
3. L'enseignement de la recherche opérationnelle à l'Université de Liège.
4. L'enseignement de la recherche opérationnelle à l'Université de Louvain.
5. L'enseignement de la recherche opérationnelle à l'Université de Mons.
6. L'enseignement de la recherche opérationnelle à l'Armée belge.
7. Compte rendu de la réunion de la Sogesci relative à la préparation du Congrès international sur l'Enseignement de la Recherche Opérationnelle (Turquie 1970).
8. La recherche opérationnelle au C.E.R.O.
9. Un exemple d'enseignement de recherche opérationnelle en dehors du système universitaire traditionnel : L'action de la Division Opérationnelle du Centre de Recherches Routières auprès des Entreprises de Constructions Routières et auprès de l'Administration des Routes.
10. Note sur la conception, l'évolution et l'enseignement de la recherche opérationnelle.

J.P. BRANS, *rapporteur*
mars 1970

PUBLICATIONS REÇUES

ONTVANGEN PUBLICATIES

- 1) Revue Française d'Informatique et de Recherche Opérationnelle, n^{os} B.3, R.3 et V.3, 1970.
- 2) I.N.T.I. (Instituto Nacional de Tecnología Industrial) Organismo Decentralizado de la Secretaría de Estado de Industria y Comercio, Buenos-Aires, Argentine.
 - a) Que es el INTI.
 - b) Sintesis de la labor realizada en 1967.
 - c) Reserra de la principales tareas realizadas en 1968.
 - d) Boletin tecnico, n^{os} 1 et 2, 1967, n^{os} 3 et 4, 1969.
 - e) Contribuciones tecnicas, Vol. 1 à 3, 1966, Vol. 1 et 2, 1967.
- 3) Notas de logica matematica n^o 27 - Moriel Algebras (R. Cigudi).
Institute de Matematica - Universidad Nacional del Sur, Bahia Blanca, Argentine.
- 4) Journal of the Operations Research Society of Japan, Vol. 13, n^o 2, october, 1970.
- 5) Organisation Scientifique (CNBOS), n^{os} 2 à 4, 1971.
- 6) Impresiones previas n^{os} 16, 19, 20 et 21 et Notas de topologia Algebraica, Fasc. 24 (Departamento de Matematicas - Facultad de Ciencias Exactas y Naturales - Universidad de Buenos-Aires, Argentine).
- 7) Etude sur la situation économique de l'Europe en 1969, Nations Unies, Genève.
- 8) Q.F. (Qualité et Fiabilité), Bulletin de l'AFPIC, Paris, Vol. VII, n^o 1, mars, 1971.
- 9) Industrielle Organisation (Institut d'Organisation Industrielle de l'Ecole Fédérale Polytechnique de Zurich), n^{os} 4 et 5, 1971.
- 10) Paniformatic, n^o 4, 1970.
- 11) Etudes et Documents du CNBOS, n^{os} 361 à 363, 1971.
- 12) Annexes de Sciences Economiques Appliquées (U.C.L.), mars, 1971.
- 13) BIN Revue IBN (Institut Belge de Normalisation - Belgisch Instituut voor Normalisatie), n^{os} 2 et 3, 1971 et Catalogue 1971.
- 14) Oost-Vlaanderen Groeit, n^o 2, 1970.
- 15) Trabajos de Estadística y de Investigación Operativa, Madrid, Vol. XXI, Cuaderno 3, 1970.
- 16) Key to Turkish Science - Applied Economics (Turkish Scientific and Technical Documentation Centre Ankara), Vol. 1, n^o 2, déc., 1969.
- 17) Giornale degli Economisti e annali di Economia (Universita Commerciale « Luigi Bocconi », Milano), Marzo-April, 1970.
- 18) Operational Research Quaterly, London, Vol. 21, n^o 4, 1970, Vol. 22, n^o 1 et n^o 3, 1971.
- 19) Revue de Statistique Appliquée, Vol. 19, n^o 1 et n^o 2, 1971.

Prix de vente

Au numéro : Belgique 75 FB
 Etranger 90 FB
Abonnement : Belgique 250 FB
(4 numéros) Etranger 300 FB

Tarif de publicité
(4 numéros)

La page : 5.000 F
La 1/2 page : 3.000 F
Le 1/4 page : 2.000 F

Les frais de clichés sont à charge de l'annonceur.

Publications d'articles

- 1) La Revue est ouverte aux articles traitant de statistique pure et appliquée, de recherche opérationnelle et de « quality control ».
- 2) Les manuscrits seront dactylographiés et peuvent être envoyés au secrétariat de la Revue : 66, rue de Neufchâtel, Bruxelles 6.
- 3) Les auteurs d'articles techniques recevront 25 tirés à part de leurs textes.
- 4) La responsabilité des articles n'incombe qu'à leurs auteurs.

Verkoopprijs

Per nummer : België 75 BF
 Buitenland 90 BF
Abonnement : België 250 BF
(4 nummers) Buitenland 300 BF

Advertentietarief
(4 nummers)

Per bladzijde : 5.000 F
Per 1/2 bladzijde : 3.000 F
Per 1/4 bladzijde : 2.000 F

De cliché-onkosten vallen ten laste van de adverteerders.

Publicaties van artikels

- 1) Het Tijdschrift neemt artikels aan over wiskundige statistiek en toepassingen, over operationeel onderzoek en kwaliteitszorg.
- 2) De teksten dienen getipt gestuurd te worden naar het secretariaat van het Tijdschrift : 66, Neufchâtelstraat, Brussel 6.
- 3) De auteurs ontvangen 25 overdrukken van de technische artikels.
- 4) De auteurs zijn alleen verantwoordelijk voor de inhoud van hun teksten.